EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 19. KÕIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1970, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 19
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1970, № 1

https://doi.org/10.3176/phys.math.1970.1.11

И. МИКК, В. ПОМЕРАНЦЕВ

О ЛУЧИСТОМ ТЕПЛООБМЕНЕ В КАНАЛЕ ПРИ НЕПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Во многих теплотехнических устройствах встречаются излучающиеся газовые потоки, температура которых изменяется в направлении движения газа, т. е. вдоль оси канала. Существующие методы расчета радиационного теплообмена, однако, либо приводят к трудоемким вычислениям, либо предназначены для расчета излучающих систем с постоянной температурой среды. В данной работе сделана попытка проанализировать рассматриваемый вопрос применительно к самым простейшим методам инженерного расчета. Рассматривается задача лучистого теплообмена при заданном распределении температуры излучающей среды вдоль канала.

Если предположить, что стенки канала абсолютно черные и имеют температуру $T = 0°$ K, то уравнение плотности локального результирующего теплового потока в точке M (см. рис. 1) приобретает вид

$$E_{\text{рез}}(M) = E_{\text{пад}}(M) = \frac{1}{4} \int\limits_F \int\limits_0^L \eta(P) \exp\left[-\int\limits_{L^*}^{L} k\, dL^*\right] d\varphi_{MN}\, dL^*. \tag{1}$$

Предполагаем, что излучающая среда «серая», не рассеивающая, однородная, имеет постоянный коэффициент ослабления луча. Считаем также, что объемная плотность излучения определяется, как

$$\eta(P) = 4kE(P) = 4k\sigma_0 T^4(P). \tag{2}$$

В этом случае после определения элементарного углового коэффициента $d\varphi_{MN}$ в соответствии с выбранной системой координат для бесконечно длинного канала (рис. 1) уравнение (1) преобразуется к виду

$$E_{\text{рез}}(M) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int\limits_0^L kE(P) \exp[-k(L - L^*)] \cos^2\beta \cos\alpha\, d\beta\, d\alpha\, dL^*. \tag{3}$$

Для дальнейшего формального упрощения задачи применяем оптическую длину $l = kL$, $z = kZ$ и т. д., после чего уравнение (3) примет следующий вид:

$$E_{\text{рез}}(M) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int\limits_0^l E(P) \exp[-(l - l^*)] \cos^2\beta \cos\alpha\, d\beta\, d\alpha\, dl^*. \tag{4}$$

Предполагаем, что температура газовой среды может быть представлена как функция от координаты z (см. рис. 1) вдоль канала, а координату точки M обозначаем z_0. В этом случае величина $E(z) = \sigma_0 T^4(z) = f[z_0 + (l - l^*) \sin\beta]$ может быть разложена в ряд Маклорена около точки z_0:

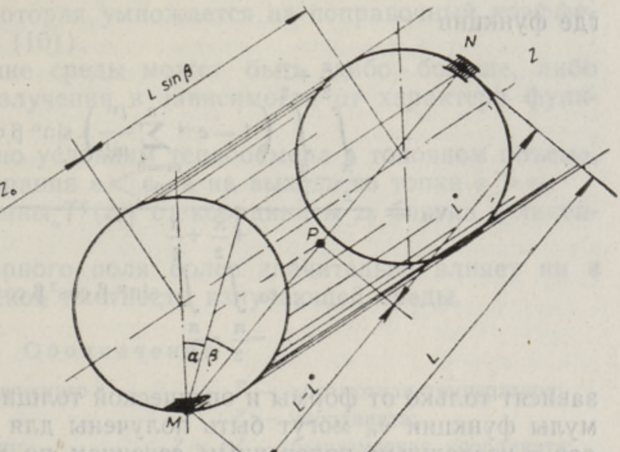

Рис. 1. Схема излучающей системы с обозначениями.

$$E(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} E^{(n)}(z_0)\,(l - l^*)^n \sin^n\beta, \tag{5}$$

а уравнение (4) после выполнения интегрирования по l^* приобретает вид:

$$E_{\text{рез}}(z_0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - e^{-l} \sum_{m=0}^{n} \frac{l^m}{m!}\right) E^n(z_0) \sin^n\beta \cos^2\beta \cos\alpha \, d\beta \, d\alpha. \tag{6}$$

Так как в (6) интегралы с нечетным n превращаются в ноль, то окончательно получим

$$E_{\text{рез}}(z_0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \Big\{ E(z_0)\,(1 - e^{-l}) + E''(z_0) \times$$

$$\times \left[1 - \left(1 + l + \frac{1}{2} l^2\right) e^{-l}\right] \sin^2\beta + \ldots \Big\} \cos^2\beta \cos\alpha \, d\beta \, d\alpha. \tag{7}$$

Из формулы (7) следует, что степень черноты излучения неизотермического газового объема $\varepsilon = E_{\text{рез}}(z_0)/E(z_0)$ отличается от степени черноты изотермического газового объема

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (1 - e^{-l}) \cos^2\beta \cos\alpha \, d\beta \, d\alpha \tag{8}$$

и может быть представлена в виде формулы

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left\{ 1 + \frac{1}{4} \frac{E''(z_0)}{E(z_0)} \nu_2 + \frac{1}{8} \frac{E^{(4)}(z_0)}{E(z_0)} \nu_4 + \frac{5}{64} \frac{E^{(6)}(z_0)}{E(z_0)} \nu_6 + \ldots \right\}, \tag{9}$$

где функции

$$\nu_n = \frac{\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \left(1 - e^{-l} \sum_{m=0}^{n} \frac{l^m}{m!}\right) \sin^n \beta \cos^2 \beta \cos \alpha \, d\beta \, d\alpha}{\varepsilon_0 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin^n \beta \cos^2 \beta \cos \alpha \, d\beta \, d\alpha} \tag{10}$$

зависят только от формы и оптической толщины канала. Расчетные формулы функции ν_n могут быть получены для бесконечно длинных каналов с несложным поперечным сечением по методу [1].

В качестве примера рассмотрим в дальнейшем излучение среды на центр плоской стороны канала, поперечное сечение которого имеет вид полукруга с радиусом $r = kR$. В этом случае $l = r/\cos\beta$ и, например, для $\nu_2(r)$ получается формула

$$\nu_2(r) = \frac{1 - \frac{2}{\pi}(1 - r^2)\left[(1 + r^2)\int\limits_r^\infty K_0(u)\,du + rK_0(r) - r^2K_1(r)\right] - \frac{4}{\pi} r^2 K_1(r)}{1 - \frac{2}{\pi}\left[(1 + r^2)\int\limits_r^\infty K_0(u)\,du + rK_0(r) - r^2K_1(r)\right]}, \tag{11}$$

где $K_0(r)$ и $K_1(r)$ — функции Бесселя от мнимого аргумента.

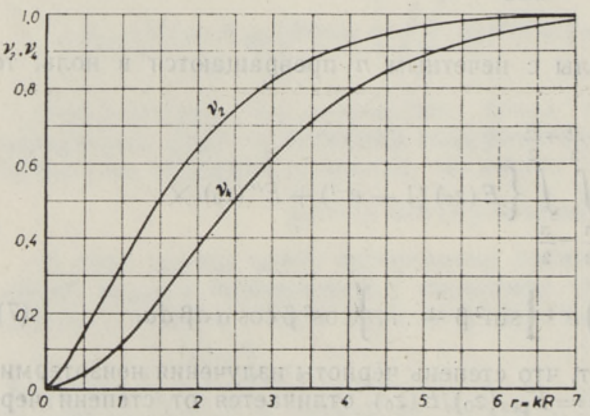

Рис. 2. Зависимость функций ν_2 и ν_4 от оптической плотности. (Заключенная в канал с поперечным сечением в виде полукруга среда излучает на центр плоской стороны.)

Значения $\nu_2(r)$ и $\nu_4(r)$ для рассматриваемого случая приводятся на рис. 2.

Таким образом, формула (9) может быть рекомендована для приближенного расчета локальной степени черноты излучающего объема при заданном распределении температуры вдоль канала. Ограничиваясь первыми двумя членами (9) и учитывая, что $E = \sigma_0 T^4$, преобразуем формулу (9) к следующему виду:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left\{1 + \left[\frac{1}{T(z_0)} \frac{d^2T(z_0)}{dz_0^2} + 3\frac{1}{T^2(z_0)}\left(\frac{dT(z_0)}{dz_0}\right)^2\right] \nu_2(r)\right\}. \tag{12}$$

Формулы (9) и (12) позволяют сделать некоторые выводы:

1. Собственное излучение среды вычисляется по локальному значению температуры среды с использованием степени черноты изотермиче-

ского излучающего слоя, которая умножается на поправочный коэффициент (см. формулы (9) и (10)).

2. Собственное излучение среды может быть либо больше, либо меньше изотермического излучения в зависимости от характера функций $T = T(z_0)$.

Например, соответственно условиям теплообмена в топочном объеме, в зоне максимального выгорания $\varepsilon < \varepsilon_0$, а на выходе из топки $\varepsilon > \varepsilon_0$.

Если зависимость величины $T^4(z_0)$ от координаты z_0 близка к линейной, то $\varepsilon \approx \varepsilon_0$.

3. Кривизна температурного поля более значительно влияет на ε при более высокой оптической плотности излучающей среды.

Обозначения

E — плотность полусферического лучистого потока;
F — площадь поверхности;
K_0, K_1 — функции Бесселя от мнимого аргумента;
k — коэффициент ослабления луча;
L — длина луча;
l — безразмерная длина луча;
M, N, P — точки;
R — радиус канала с поперечным сечением в виде полукруга;
$r = kR$ — безразмерный радиус канала;
T — абсолютная температура;
Z — координата;
$Z = kZ$ — безразмерная координата;
α, β — углы;
ε — степень черноты излучающей среды;
η — плотность сферического объемного излучения;
ν — функция, определяемая по уравнению (10);
σ_0 — постоянная закона Стефана—Больцмана;
φ — угловой коэффициент.

ЛИТЕРАТУРА

1. Микк И. Р., Эпик И. П., ИФЖ, 4, № 6 (1961).

Таллинский политехнический институт
Ленинградский политехнический институт

Поступила в редакцию
23/VI 1969

I. MIKK, V. POMERANTSEV

KIIRGUSLIKUST SOOJUSEVAHETUSEST KANALIS MITTEKONSTANTSE KIIRGAVA KESKKONNA TEMPERATUURI JUURES

Vaadeldakse kiirguslikku soojusevahetust süsteemis, mis koosneb sirgest kanalist ja piki seda kiirgavast keskkonnast, millel on etteantud ühemõõtmeline temperatuuriväli. Lahendus on saadud tingimustel, et kanali seinad on absoluutselt mustad ja nende temperatuur 0 °K, kiirgav keskkond aga on «hall», kiirgust mittehajutav. Lõpptulemusena on toodud valem (9) mitteisotermilise mahulise kiirguse musta värvuse astme arvutamiseks isotermilise kiirguse musta värvuse astme ja parandusteguri korrutisena.

I. MIKK, V. POMERANTSEV

ON THE RADIANT HEAT TRANSFER IN A DUCT IF THE TEMPERATURE OF THE MEDIUM IS VARIABLE

The problem of radiant heat transfer is examined in a straight duct containing a medium with one-dimensional temperature field towards the duct. The equation of the resulting heat flow density (1) is derived by the assumptions of absolute blackness of the walls at a temperature of 0 °K. If the medium is grey, not dissipating and homogeneous, the equation (1) can be presented in dimensionless coordinates as (4). The temperature field of medium is given as black-body radiation density in the function of the co-ordinate z (5). The solution of the problem is given by formula (7) or (9), where the coefficients are determined by formula (10). As an example, the radiation on the middle of the plane wall of a duct with a semicircular cross-section is examined. Then the coefficients ν are to be calculated by the formula (11), and some values are plotted on Fig. 2. It is shown that the radiation of the medium can be calculated, using the blackness-degree of the isothermical radiation, which is multiplied by the correcting coefficient. The radiation of the non-isothermical medium may be greater or smaller in comparison with the radiation of the isothermical medium. The dependence of the temperature on the blackness-degree increases if the optical density medium increases.

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 19. KÖIDE
FÜÜSIKA * MATEMAATIKA. 1970, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 19
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1970, № 1

LÜHIUURIMUSI * КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Т. МАУРИНГ

ИНФРАКРАСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ МЕТАБОРАТНОГО ИОНА В КРИСТАЛЛЕ KBr ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

T. MAURING. METABORAATIOONI INFRAPUNANE NEELDUMINE KBr KRISTALLIS MADALATEL TEMPERATUURIDEL

T. MAURING. INFRARED ABSORPTION OF THE METABORATE ION IN KBr LATTICE AT LOW TEMPERATURES

В работах [1–4] исследовались спектры инфракрасного поглощения метаборатных ионов BO_2^- в щелочногалоидных кристаллах при комнатной и более высоких температурах. Показано, что полосы поглощения, расположенные в области 600 и 2000 *см*$^{-1}$, обусловлены соответственно внутримолекулярными колебаниями ν_2 и ν_3 метаборатного иона. Из-за разных изотопических составов молекул BO_2^- наблюдалась изотопическая структура полос поглощения.

Кроме основных частот ν_2 и ν_3, в инфракрасном спектре поглощения проявляются также особого вида комбинационные частоты, обусловленные возбуждением низкочастотного колебания ν_2 с одновременным возбуждением высокочастотного колебания ν_3 [5]. Результирующий переход дает разностную частоту типа $\nu_3' = (0, 1, 1) - (0, 1, 0)$, не совпадающую точно с частотой ν_3 в силу взаимодействия колебаний ν_2 и ν_3. При двухквантовом возбуждении колебания ν_2 получается частота $\nu_3'' = (0, 2, 1) - (0, 2, 0)$, наблюдавшаяся при комнатной температуре в работе [3] и при более высоких температурах в [4].