

<https://doi.org/10.3176/phys.math.1969.1.08>

Т. КИППЕР

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ В АТМОСФЕРАХ

41 Cyg, ν Her и σ Boo

В статье анализируются методами моделей атмосфер спектры трех F-звезд: 41 Cyg (F 2—4 I_b), ν Her (F 2 II—III) и σ Boo (F 2 V), которые раньше изучались нами с помощью классического метода кривых роста [1, 2].

Методы, при использовании которых для анализа конкретных звездных спектров применяются модели атмосфер, очень разнообразны. Наиболее известен метод весовых функций, предложенный Унзольдом уже в 1932 г. [3] для случая слабых линий и для крыльев сильных линий. Позднее этот метод был модифицирован многими авторами. Модификация метода весовых функций для случая сильных линий была выработана Пекером [4].

Использование слабых линий имеет огромные преимущества — не нужно детальной теории расширения линии, так как эквивалентная ширина слабой линии не зависит от механизма расширения. Кроме того, слабые линии более чувствительны к содержанию элементов, чем сильные. Центральные части сильных линий в гораздо большей степени, чем слабые, искажены различными трудно учитываемыми факторами, такими как неточности моделей для поверхностных слоев, влияние рассеяния. Но многие элементы не дают в доступном для наблюдений спектральном интервале слабых линий, не блендируемых сильными линиями других элементов. Кроме того, измерение эквивалентных ширин слабых линий менее точное. Изучение сильных линий может дать новую информацию, которую нельзя получить при изучении лишь слабых линий. Поэтому наряду с высокими дисперсиями желательно применять методы анализа данных наблюдений, позволяющие исследовать вместе со слабыми промежуточные и сильные линии.

Мы пользуемся методом «планковского градиента», примененным Фолкнером и Маглстоуном [5] для анализа содержания элементов в солнечной атмосфере. По сути это — вариант метода весовых функций. Для анализа звездных спектров указанный метод необходимо модифицировать, чтобы получить эквивалентные ширины в потоке, а не в интенсивности, как в случае Солнца.

Наиболее подходящими для определения содержания элементов являются эквивалентные ширины линий в спектре звезды, так как в этом случае можно использовать много линий. Деформация контуров этих линий приемной аппаратурой не имеет значения, так как она не вызывает изменения общей интенсивности линии. Отсюда и преимущества кривых роста. Поэтому, пользуясь методом «планковского градиента», будем вычислять теоретические кривые роста, которые, в отличие от «грубого» анализа [1, 2], будут теперь основаны на моделях атмосфер. Несмотря на простоту формулировки, этот метод в применении очень трудоемок, как и все более или менее точные методы тонкого анализа, и требует применения электронных вычислительных машин.

Интенсивность непрерывного излучения при частоте ν , выходящего из фотосферы звезды под углом Θ ($\cos \Theta = \mu$), есть

$$I_\nu(\mu) = \int_0^\infty B_\nu e^{-\frac{\tau_\nu}{\mu}} \frac{d\tau_\nu}{\mu}, \quad (1)$$

где τ_ν — оптическая глубина в непрерывном спектре, а B_ν — функция источника; в данном случае предполагаем, что имеет место локальное термодинамическое равновесие, и в роли функции источника подразумеваем функцию Планка.

Интенсивность в спектральной линии выразится в виде

$$I_\lambda(\mu) = \int_0^\infty B_\lambda e^{-\frac{t_\lambda}{\mu}} \frac{dt_\lambda}{\mu}, \quad (2)$$

где t_λ — оптическая глубина в линии, причем

$$t_\lambda = \int_0^x (k_\nu + l_\lambda) \varrho dx'. \quad (3)$$

Оптическая глубина в линии (без учета непрерывного поглощения) выразится в виде

$$\tau_\lambda = \int_0^\infty l_\lambda \varrho dx'. \quad (4)$$

В формулах (1)–(4), а также в дальнейшем для непрерывного спектра используем индекс ν , а для линии — индекс λ .

В формуле (2) сделано предположение, что линия возникает по схеме «чистого поглощения». Эта схема дает хорошее согласие при вычислении профилей слабых и средних линий, а также для крыльев сильных линий. Неувязки с наблюдениями появляются только в узком интервале $\Delta\lambda$ в самом центре линии [6]. Проводя в формулах (1) и (2) интегрирование по частям, получим

$$I_\nu(\mu) = - \int_0^\infty B_\nu d(e^{-\frac{\tau_\nu}{\mu}}) = B_\nu|_{\tau_\nu=0} + \int_0^\infty \frac{dB_\nu}{d\tau_\nu} e^{-\frac{\tau_\nu}{\mu}} d\tau_\nu \quad (5)$$

и

$$I_\lambda(\mu) = B_\lambda|_{t_\lambda=0} + \int_0^\infty \frac{dB_\lambda}{dt_\lambda} e^{-\frac{t_\lambda}{\mu}} dt_\lambda. \quad (6)$$

Здесь в роли весовой функции выступает градиент функции Планка по оптическим глубинам — отсюда и название метода.

Так как t_λ и τ_ν обе равны нулю на поверхности атмосферы, то для остаточной интенсивности в линии получим

$$r_\lambda(\mu) = \frac{1}{I_\nu(\mu)} \int_0^\infty \frac{dB_\nu}{d\tau_\nu} e^{-\frac{\tau_\nu}{\mu}} (1 - e^{-\frac{\tau_\lambda}{\mu}}) d\tau_\nu \quad (7)$$

и, интегрируя (7) по всему контуру линии, получим для эквивалентной ширины

$$W_{\lambda}(\mu) = \frac{2}{I_{\nu}(\mu)} \int_0^{\infty} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} e^{-\frac{\tau_{\nu}}{\mu}} \left[\int_0^{\infty} (1 - e^{-\frac{\tau_{\lambda}}{\mu}}) d\Delta\lambda \right] d\tau_{\nu}. \quad (8)$$

Выражение для коэффициента поглощения в линии (на 1 г звездного вещества) следующее:

$$l_{\lambda} = \varepsilon_E \cdot \frac{N_i}{N_E} \cdot \frac{1}{m_H \mu_0} \cdot \alpha_{\lambda}. \quad (9)$$

В этом выражении ε_E — относительное содержание данного элемента

$$\varepsilon_E = \frac{N_E}{N_H}, \quad (10)$$

μ_0 — средний молекулярный вес по отношению к водороду (при вычислении наших моделей [7] был принят химический состав, для которого $\mu_0 = 1.67$)

$$\mu_0 = \frac{\sum_E \mu_E N_E}{N_H}, \quad (11)$$

и α_{λ} — атомарный коэффициент поглощения

$$\alpha_{\lambda} = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m_e c} \cdot f \cdot \frac{H(a, \nu)}{\Delta \nu_0}. \quad (12)$$

В последней формуле f — сила осциллятора, $\Delta \nu_0$ — доплеровская ширина линии

$$\Delta \nu_0 = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{2kT}{\mu_0} + \xi^2}, \quad (13)$$

а функция $H(a, \nu)$ учитывает тип уширения линии. Здесь мы будем заниматься в первую очередь линиями, уширение которых обусловлено эффектом Доплера и затуханием вследствие излучения и столкновений. В этом случае H является так наз. функцией Фойгта — интегралом свертки функции Гаусса и функции затухания

$$H(a, \nu) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-y^2)}{a^2 + (\nu - y)^2} dy \quad (14)$$

при $a = \frac{\Gamma}{4\pi \Delta \nu_0}$ и $\nu = \frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda_0}$, где $\Delta \lambda_0$ и $\Delta \nu_0$ — доплеровская ширина линии в соответствующих единицах; a — относительная постоянная затухания, характеризующая относительную роль механизмов расширения, дающих дисперсионные профили по сравнению с теми, которые дают гауссовский профиль.

Если рассматривать не слишком сильные линии, то можно считать постоянную затухания a не зависящей от оптической глубины, так как эквивалентные ширины слабых и средних линий очень мало зависят от

величины a . Чтобы не внести больших ошибок, a можно считать равной величине, получаемой по кривым роста из «грубого» анализа (предельную силу линии, для которой ошибка еще небольшая, можно также оценить по «грубым» кривым роста).

В дальнейшем для нахождения функции Фойгта используем таблицы, составленные Финном и Маглстоуном [8].

Учитывая (9) — (12), получим для оптической глубины в линии

$$\tau_{\lambda} = \varepsilon_E \cdot \frac{1}{m_H \mu_0} \cdot \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m_e c} \cdot g_i f \cdot \int_0^{\tau_v} \frac{N_i}{g_i N_E} \cdot \frac{1}{k_v} \cdot \frac{H(a, \nu)}{\Delta \nu_0} d\tau'. \quad (15)$$

Введем для удобства следующее обозначение:

$$Z = \varepsilon_E \cdot \frac{1}{m_H \mu_0} \cdot \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m_e c} \cdot g_i f. \quad (16)$$

Используя формулу (15) и переходя от интегрирования по $\Delta \lambda$ к интегрированию по ν , получим для эффективной ширины линии

$$W_{\lambda}(\mu) = \frac{2\lambda^2}{c I_{\nu}(\mu)} \int_0^{\infty} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} e^{-\frac{\tau_{\nu}}{\mu}} \Delta \nu_0 \left\{ \int_0^{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{Z}{\mu} \int_0^{\tau_{\nu}} \frac{N_i}{g_i N_E} \cdot \frac{1}{k_v} \cdot \frac{H(a, \nu)}{\Delta \nu_0} \cdot d\tau'\right) \right] d\nu \right\} d\tau_{\nu}. \quad (17)$$

Теперь сделаем предположение, что отношение $H(a, \nu)/\Delta \nu_0$ не зависит в сильной степени от оптической глубины. Это предположение не приведет к большим ошибкам, если не рассматривать очень сильные линии, так как указанное отношение изменяется только за счет крыльев затухания. В таком случае вычисления сильно упрощаются — отношение $H(a, \nu)/\Delta \nu_0$ в экспоненте можно вывести из-под знака интеграла:

$$W_{\lambda}(\mu) = \frac{2\lambda^2}{c I_{\nu}(\mu)} \int_0^{\infty} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} e^{-\frac{\tau_{\nu}}{\mu}} \Delta \nu_0 \left\{ \int_0^{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{Z}{\mu} \cdot \frac{H(a, \nu)}{\Delta \nu_0} \int_0^{\tau_{\nu}} \frac{N_i}{g_i N_E} \cdot \frac{1}{k_v} d\tau'\right) \right] d\nu \right\} d\tau_{\nu}. \quad (18)$$

Введем для удобства следующие обозначения:

$$X(\tau_{\nu}) = \int_0^{\tau_{\nu}} \frac{N_i}{g_i N_E} \cdot \frac{1}{k_v} d\tau', \quad (19)$$

$$Y(\tau_{\nu}) = \frac{Z \lambda X(\tau_{\nu})}{\sqrt{\frac{2kT}{\mu} + \xi^2}}. \quad (20)$$

Тогда формулу (18) можно переписать в виде

$$W_{\lambda}(\mu) = \frac{2\lambda^2}{cI_{\nu}(\mu)} \int_0^{\infty} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} e^{-\frac{\tau_{\nu}}{\mu}} \Delta\nu_0 \left\{ \int_0^{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{Y(\tau_{\nu})H(a, \nu)}{\mu}\right) \right] d\nu \right\} d\tau_{\nu}. \quad (21)$$

Для того чтобы найти эквивалентную ширину в потоке, надо интегрировать эквивалентную ширину в интенсивности по всему диску звезды, используя следующее равенство:

$$\frac{W_{\lambda}}{\lambda} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Delta\lambda}{\lambda} \cdot \int_0^1 \frac{I_{\nu}(\mu) - I_{\lambda}(\mu)}{I_{\nu}(\mu)} \cdot \frac{2I_{\nu}(\mu)}{F_{\nu}} \mu d\mu = \int_0^1 \frac{W_{\lambda}(\mu)}{\lambda} \cdot \frac{2I_{\nu}(\mu)}{F_{\nu}} \mu d\mu. \quad (22)$$

Проведя такое интегрирование, получим для ординаты кривой роста

$$\frac{W_{\lambda}}{\lambda} = \frac{4}{cF_{\nu}} \int_0^{\infty} d\tau_{\nu} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} \sqrt{\frac{2kT}{\mu_0} + \xi^2} \int_0^{\infty} d\nu \{E_3(\tau_{\nu}) - E_3[H(a, \nu) \cdot Y(\tau_{\nu}) + \tau_{\nu}]\}, \quad (23)$$

где E_3 — интегральная показательная функция 3-го порядка

$$E_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-xt}}{t^n} dt. \quad (24)$$

Для вычисления E_3 удобно использовать рекуррентное соотношение

$$E_{n+1}(x) = \frac{1}{n} [e^{-x} - x E_n(x)] \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (25)$$

и для нахождения E_1 — полиномические приближения [9].

Если λ выражено в ангстремах, то

$$Y(\tau_{\nu}) = 0.523 \cdot 10^{14} \cdot \varepsilon_E \cdot (gf\lambda) \cdot \frac{X(\tau_{\lambda})}{\sqrt{\frac{2kT}{\mu_0} + \xi^2}}. \quad (26)$$

За абсциссу кривой роста, следовательно, удобно выбрать величину

$$S = 0.523 \cdot 10^{14} \varepsilon_E (gf\lambda). \quad (27)$$

Для вычисления величины $N_i/g_i N_E$ используем формулы Больцмана и Саха. Если учитывать только нейтральные атомы и однократно ионизованные атомы, как это имеет место в условиях F-звезд, то для атомарных линий получим

$$\frac{N_i}{g_i N_E} = \frac{10^{-\Theta_e}}{U_0} i (1 + 6.013 \cdot 10^9 \frac{2U_1}{P_e U_0} \Theta^{-5/2} \cdot 10^{-\Theta x_i})^{-1} \quad (28)$$

и для линий, принадлежащих ионам,

$$\frac{N_i}{g_i N_E} = \frac{10^{-\Theta \varepsilon_i}}{U_0} (1 + 0.1663 \cdot 10^{-9} \frac{P_e U_0}{2U_1} \Theta^{3/2} \cdot 10^{\Theta x_i})^{-1}. \quad (29)$$

При вычислении сумм по состояниям принято, что они зависят только от температуры. Зависимость от электронного давления не учтена. Суммы по состояниям находятся путем интерполяции из таблиц, составленных по работам Клааса [10] и Аллера [11].

Градиент функции Планка, который в использованном методе является весовой функцией, вычисляется по формуле

$$\frac{dB_\nu}{d\tau_\nu} = - \frac{B_\nu \alpha}{1 - \exp(-\alpha\Theta)} \cdot \frac{d\Theta}{d\tau_\nu}, \quad (30)$$

где $\alpha = 2.855 \cdot 10^4 \lambda^{-1}$ (λ выражено в Å).

Вычисление потока непрерывного излучения F_ν удобно провести по формуле Рейца [12]:

$$\int_0^\infty f(k) E_2(x) dx = 0.3834406f(0.2871067) + \\ + 0.1132642f(1.8143569) + 0.003295235f(5.3845378), \quad (31)$$

причем

$$F_\nu = 2 \int_0^\infty B_\nu(\tau_\nu) E_2(\tau_\nu) d\tau_\nu. \quad (32)$$

Таким образом, мы имеем все формулы, по которым можно вычислять на основе моделей звездных атмосфер теоретические кривые роста. С этой целью составлена программа для ЭЦВМ «Минск-2» на алгоритмическом языке МАЛГОЛ [13].

Следует специально отметить, что при описанном подходе кривые роста будут различными для разных моделей и для разных элементов и стадий ионизации. Будут различаться и кривые разных потенциалов возбуждения. Поэтому анализ на ЭЦВМ, основывающийся на таких кривых роста, требует очень много времени. Например, при расчете комплекта кривых Fe I и Fe II лишь для одной модели потребуются примерно 4 часа работы на ЭЦВМ «Минск-2».

В дальнейшем анализе использованы приближенные модели атмосфер F-звезд [6], основанные на распределении температуры, вычисленной Михаласом для звезды F2 V с учетом покровного эффекта, обусловленного бальмеровскими линиями [14]. В качестве наблюдательного материала использованы эквивалентные ширины линий, определенные по высокодисперсионным спектрограммам [15, 16].

Для примера на рис. 1 приведен набор кривых роста Fe I и Fe II для модели с параметрами $\Theta_{eff} = 0.74$ и $\lg g = 4.35$ (эта модель использована при анализе σ Boo) и с микротурбулентной скоростью $\xi_t = 2.9$ км/сек. Из рис. 1 видно, что форма кривых роста очень мало зависит от ε_i . Даже кривые роста для разных стадий ионизации не отличаются по форме. Это позволяет нам вычислять кривые роста не для

всех линий, а лишь для некоторых линий с различными потенциалами возбуждения нижнего уровня ϵ_i . Для остальных линий произведем лишь горизонтальные сдвиги, величины которых найдем путем интерполяции. Оказывается, что эти сдвиги зависят линейно от ϵ_i . Это означает, что можно найти некоторый средний параметр для данной модели и элемента в данной стадии ионизации. Параметр этот по смыслу совпадает с температурой возбуждения в «грубом» анализе.

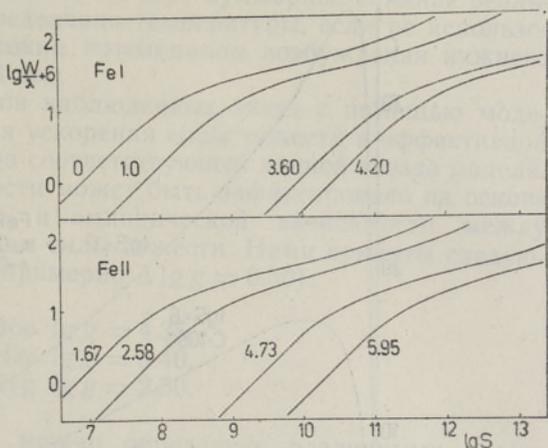


Рис. 1.

Форма кривых роста зависит от принятой при расчете значения микротурбулентной скорости ξ_t . На рис. 2 изображены кривые роста с разными значениями ξ_t для модели с $\Theta_{eff} = 0.72$ и $\lg g = 4.35$.

Выбор параметра ξ_t осуществляется выбором из набора кривых роста с различными значениями ξ_t такой, у которой пологий участок наиболее совпадает с наблюдаемыми точками.

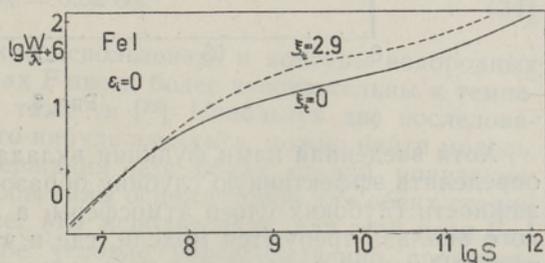


Рис. 2.

На рис. 3 приведены подинтегральные функции из формулы (23) с двумя различными значениями S . Для нижней кривой ордината умножена на 1000. Эта подинтегральная функция показывает долю, вносимую каждым слоем в эквивалентную ширину линии, и поэтому ее можно назвать функцией вклада. Она отличается от функции вклада, которую используют в обычном методе весовых функций, где она в случае слабых линий пропорциональна коэффициенту поглощения в линии, в нашем же случае она пропорциональна оптической глубине в линии. С этим связано некоторое неудобство использованного нами метода. Рис. 3 показывает, что глубокие слои ($\tau > 2$) вносят при использовании метода «планковского градиента» значительный вклад в эквивалентную ширину линии. В то же время при использовании обычного метода весовых функций создается впечатление, что эти слои почти никакого влияния не имеют. На самом деле здесь нет противоречия — необходимо иметь в виду, что весовая функция сама уже учитывает глубокие слои, так как при ее вычислении для каждого τ интегрируют от τ до ∞ :

$$G(\tau) = \frac{\int_{\tau}^{\infty} \frac{dB}{d\tau} E_2(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} B(\tau) E_2(\tau) d\tau} \quad (33)$$

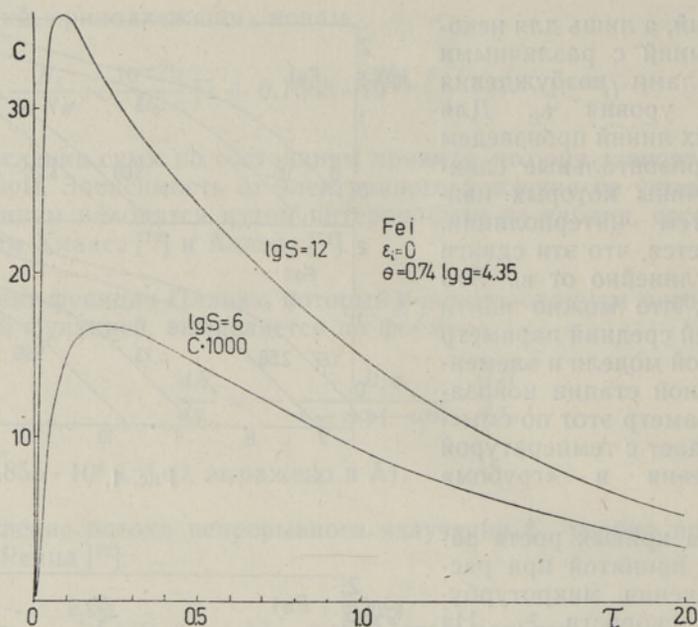


Рис. 3.

Хотя введенная нами функция вклада не позволяет непосредственно определить эффективную глубину образования линий, она указывает на важность глубоких слоев атмосферы, а следовательно, для более тонкого анализа требуются модели, где и эти слои вычислены достаточно точно. В наших моделях для этих слоев принят лучистый температурный градиент, хотя глубже $\tau \approx 0.5$ начинается конвекция. Унзольд [17] оценил на основе теории длины перемешивания предельные условия (температура, давление), при которых конвективный перенос энергии еще не будет составлять значительную долю полного потока. Используя его оценки, можно сделать вывод, что для наших моделей (F2—F4) конвекцией можно пренебречь. Но при вычислении содержания элементов на основе наших моделей кривые роста для высоких значений потенциала возбуждения нижнего уровня ϵ_i дают меньшие содержания, чем для низких значений ϵ_i . Это показывает, что для глубоких слоев атмосферы нами принята слишком высокая температура. Учет конвекции значительно уменьшил бы температурный градиент для глубоких слоев атмосферы. Следовательно, для более тонкого анализа F-звезд требуются модели, учитывающие конвекцию.

Здесь уместно сделать замечания, которые могут быть обусловлены неточностями моделей. При этом мы основываемся на оценках Хубенета [18], который анализировал неопределенности в содержаниях элементов для Солнца, обусловленные неточностями в моделях атмосфер.

Если изменить содержание металлов при вычислении модели в два раза, то наибольшие изменения в получаемых содержаниях составят 0.1 dex .^{*} Различия в содержании гелия влияют на определяемые содержания металлов еще меньше. Различия в температуре внешних слоев $\Delta T \approx 200^\circ$ могут вызвать неуверенности в определяемых содержаниях примерно в 0.1 dex . Различия в температуре для глубоких слоев, где возникает непрерывный спектр, имеют большее влияние — уже $\Delta T \approx 80^\circ$

* Выражение «dex» эквивалентно выражению «в логарифме при основании 10».

может дать ошибку в содержаниях в 0.1 dex. Суммарное влияние реально возможных ошибок в распределении температуры, если не использовать для анализа линий с высоким потенциалом возбуждения нижнего уровня ($\epsilon_i < 6$ эв), меньше 0.3 dex.

Далее для анализа спектров наблюдаемых звезд с помощью моделей нужно определить значения ускорения силы тяжести и эффективной температуры звезды для выбора соответствующей данной звезде модели. Значение ускорения силы тяжести может быть зафиксировано на основе соотношения масса-светимость и эмпирической зависимости между классом светимости и ускорением силы тяжести. Нами приняты следующие значения $\lg g$ (с ошибкой примерно $\Delta \lg g = 0.30$):

$$\begin{aligned} \sigma \text{ Boo } \lg g &= 4.35, \\ \nu \text{ Her } \lg g &= 3.40, \\ 41 \text{ Cyg } \lg g &= 2.50. \end{aligned}$$

Эффективную температуру можно определить различными способами: по спектральному классу и по цвету [19], по температуре возбуждения с использованием средней зависимости [20]:

$$\Theta_{\text{eff}} = 0.82 \Theta_B. \tag{34}$$

Для F-звезд с этой целью можно использовать и контуры водородных линий, которые при температурах F-звезд более чувствительны к температуре, чем к ускорению силы тяжести [21]. Используя две последовательные стадии ионизации какого-нибудь элемента, можно найти модель, которая даст одинаковые содержания для обеих стадий ионизации. Метод этот, однако, требует, чтобы силы осцилляторов для обеих стадий ионизации были в одной системе. Мы использовали для этой цели Fe I и Fe II. Но так как указанное условие непосредственно проверить нельзя, то этому определению придается значительно меньший вес. Значения Θ_{eff} по различным источникам приведены в табл. 1.

Таблица 1

Спектр-цвет [22]	Code [23]	Strom et. al. [24]	Harris [25]	Форм. (34)	Проф. N_ν	Принятая Θ_{eff}
σ Boo	0.73	0.74	0.72	0.74	0.74—0.76	0.74
ν Her	0.75		0.74	0.70	0.71—0.75	0.74
41 Cyg	0.76—0.810		0.75	0.78	0.72—0.75	0.75

Используя модели с определенными таким образом параметрами, найдем окончательные содержания элементов и микротурбулентные скорости. Турбулентные скорости для σ Boo и ν Her по описанному методу получились такие же, как и при «грубом» анализе [1, 2]. Для 41 Cyg скорость микротурбулентности несколько больше, чем полученная методами «грубого» анализа [1]. В дальнейшем анализе приняты следующие значения ξ_t :

$$\begin{aligned} \sigma \text{ Boo } \xi_t &= 2.9 \text{ км/сек}, \\ \nu \text{ Her } \xi_t &= 5.4 \text{ км/сек}, \\ 41 \text{ Cyg } \xi_t &= 7.1 \text{ км/сек}. \end{aligned}$$

Для 41 Cyg линии ионов лучше согласуются с кривыми роста, соответствующими несколько меньшему значению микротурбулентной скорости ($\xi_t \approx 6.8$ км/сек).

Таблица 2

Элемент	41 Cyg	v Her	σ Boo	Солнце	Источник $gf\lambda$
C	8.23	8.27		8.62 29	37
Mg	7.40	7.52	7.58	7.36 29	28
Al	5.70	5.89	5.76	6.20 37	32
Si	7.00	7.47	7.69	7.55 32	32
Ca	6.02	5.76	5.68	6.04 38	27,33
Sc	2.66	3.36	2.87	3.04 35	27
Ti	4.28	4.50	4.38	4.50 38	27
V	3.74	3.56	3.55	4.12 38	27
Cr	5.05	5.19	4.64	5.07 38	27,28
Mn	5.00	5.14	4.44	4.80 38	27
Fe	6.42	6.21	6.05	6.47 28	39,35
Co	4.20	4.10	4.10	4.40 38	27
Ni	5.29	5.45	4.44?	5.25 40	27
Sr	2.90	3.24	3.21	2.70 36	27
Y	2.68	2.50	2.68	3.20 36	27
Zr	2.22	2.68	2.52	2.65 36	27
Ba	2.22	2.86	2.32	2.50 36	27
La	1.6	2.2	1.9	2.1	27
Ce	1.7	2.4	2.5	2.4	27
Nd	1.6	2.2	2.1	2.4	27
Sm	1.0	2.1	2.0	2.0	27
Eu	0.6	1.0	0.9	1.3	27
Gd	1.4		2.1	2.0	27
Hf	1.3		2.3	1.8	27
Pr	1.0		1.9	1.8	27

Полученные содержания элементов в единицах, где содержание водорода $\lg \epsilon_H$ принято равным 12.00, приведены в табл. 2. Там же даны ссылки на литературные источники по силам осцилляторов и соответствующие солнечные содержания со ссылками на литературу. На рис. 4—6 приведено сравнение с солнечными содержаниями. Содержание элементов тяжелее бария сравнивались со средним космическим содержанием по числу атомов [26]. Космическая распространенность элементов определена из наблюдений Солнца, звезд, туманностей и на основе относительных измерений в метеоритах и земной коре. При определении содержания элементов в большинстве случаев применялись экспериментальные силы осцилляторов Корлисса и Бозмана [27] (дальнейшие ссылки на их работу даются в виде СВ). Для сравнения выбраны по возможности такие определения солнечных содержаний, в которых также использовались силы осцилляторов СВ.

Далее приведем некоторые замечания по отдельным элементам.

Углерод. Содержание С определено только по одной линии. Для более точного определения требуются наблюдения в красной области спектра.

Магний. Содержание определено по линиям Mg II с использованием звездных сил осцилляторов [28]. Использование линии Mg I и сил осцилляторов СВ даст сильно заниженные значения ϵ_{Mg} . Содержание сравнивалось с данными Зваана [29], полученными по Mg I и по значениям gf Аллена [30]. Сравнение gf Аллена и СВ не удастся ввиду очень сильного рассеяния точек на графике.

Алюминий. Содержание Al найдено по двум сильным резонансным линиям Al I. Эти линии располагаются на крыльях сильных линий H и K Ca II, поэтому они мало пригодны для определения содержания. Ламберт и Уорнер [31] показали, что в случае Солнца эти линии могут дать значительно меньшее содержание, чем действительное ($\sim 0.30 dex$). Для

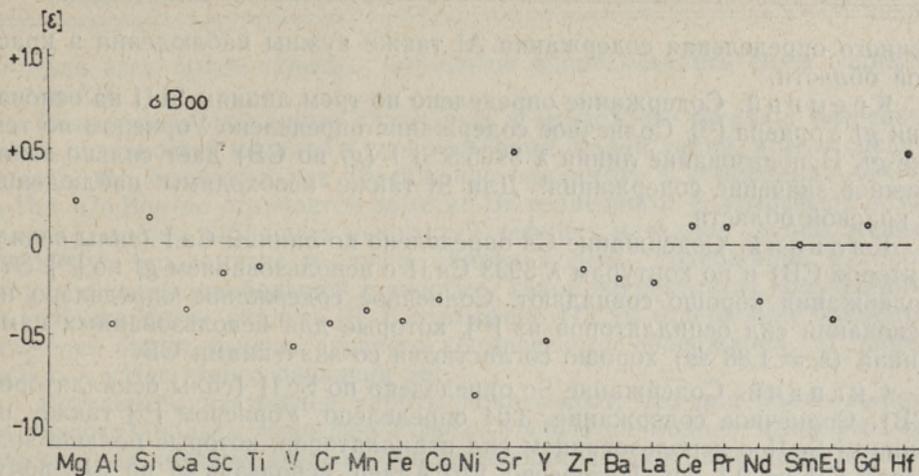


Рис. 4.

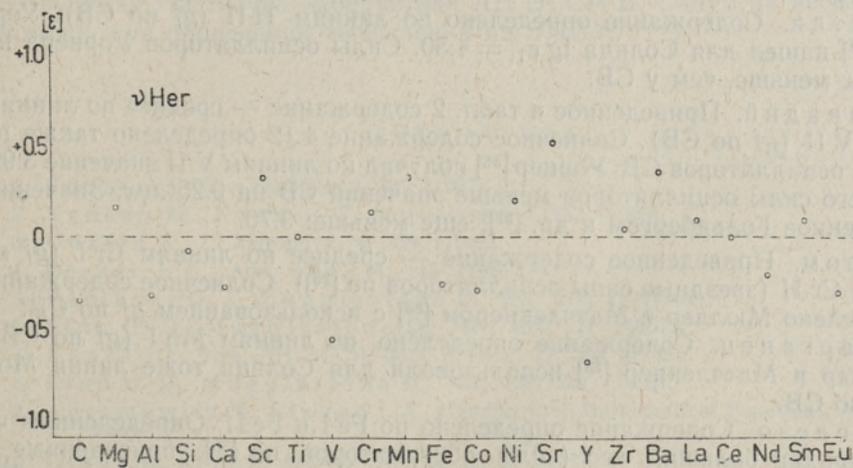


Рис. 5.

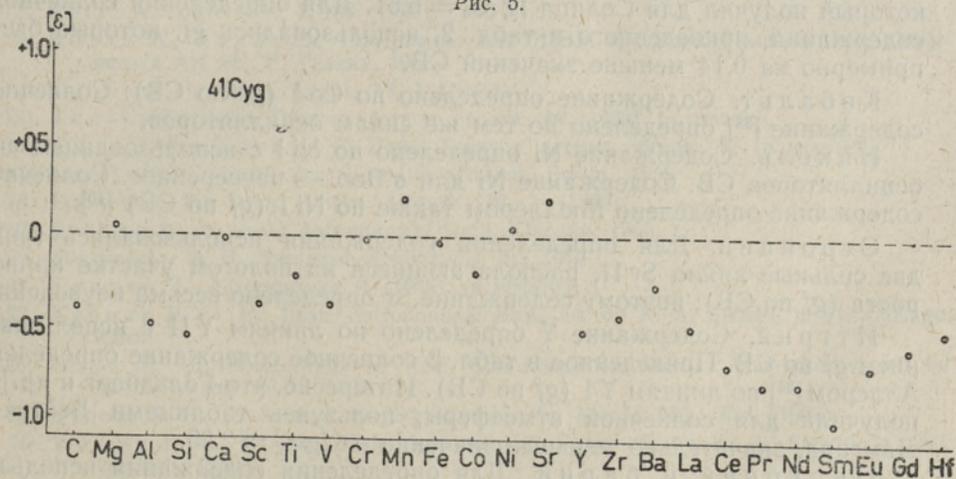


Рис. 6.

точного определения содержания Al также нужны наблюдения в красной области.

Кремний. Содержание определено по трем линиям Si II на основании *gf* Уорнера [32]. Солнечное содержание определено Уорнером по тем же *gf*. Использование линии λ 3905.5 Si I (*gf* по СВ) дает сильно заниженное значение содержания. Для Si также необходимы наблюдения в красной области.

Кальций. Содержание Ca определено по линиям Ca I (силы осцилляторов СВ) и по контурам λ 3933 Ca II с использованием *gf* по [33]. Эти содержания хорошо совпадают. Солнечное содержание определено на основании сил осцилляторов из [34], которые для использованных нами линий ($\epsilon_i = 1.88 \text{ эв}$) хорошо согласуются со значениями СВ.

Скандий. Содержание Sc определено по Sc II (силы осцилляторов СВ). Солнечное содержание 3.04 определено Уорнером [35] также по линиям Sc II с использованием сил осцилляторов, которые больше значений СВ на 0.1 *dex*. Интересно, что Аллер, используя *gf* по СВ, получил по линиям Sc I гораздо меньшее значение солнечного содержания — 2.80 [36].

Титан. Содержание определено по линиям Ti II (*gf* по СВ). Уорнер [35] нашел для Солнца $\lg \epsilon_{\text{Ti}} = 4.50$. Силы осцилляторов Уорнера на 0.1 *dex* меньше, чем у СВ.

Ванадий. Приведенное в табл. 2 содержание — среднее по линиям V I и V II (*gf* по СВ). Солнечное содержание 4.12 определено также по силам осцилляторов СВ. Уорнер [35] получил по линиям V II значение 3.92, хотя его силы осцилляторов меньше значений СВ на 0.25 *dex*. Значение, полученное Гольдбергом и др. [37], еще меньше: 3.70.

Хром. Приведенное содержание — среднее по линиям Cr I (*gf* по СВ) и Cr II (звездные силы осцилляторов по [28]). Солнечное содержание определено Мюллер и Матчлекнером [38] с использованием *gf* по СВ.

Марганец. Содержание определено по линиям Mn I (*gf* по СВ). Мюллер и Матчлекнер [38] использовали для Солнца тоже линии Mn I и *gf* по СВ.

Железо. Содержание определено по Fe I и Fe II. Определениям по Fe I придан больший вес (силы осцилляторов по [39], приведенные в систему СВ). Для Fe II использованы силы осцилляторов Уорнера [35], который получил для Солнца $\lg \epsilon_{\text{Fe}} = 6.51$. Для определения солнечного содержания, приведенного в табл. 2, использовались *gf*, которые были примерно на 0.14 меньше значений СВ.

Кобальт. Содержание определено по Co I (*gf* по СВ). Солнечное содержание [38] определено по тем же силам осцилляторов.

Никель. Содержание Ni определено по Ni I с использованием сил осцилляторов СВ. Содержание Ni для $\sigma_{\text{Вoo}}$ — неуверенное. Солнечное содержание определено Мюллером также по Ni I (*gf* по СВ) [40].

Стронций. Для определения содержания использовались лишь две сильные линии Sr II, располагающиеся на пологом участке кривой роста (*gf* по СВ), поэтому содержание Sr определено весьма неуверенно.

Иттрий. Содержание Y определено по линиям Y II с использованием *gf* по СВ. Приведенное в табл. 2 солнечное содержание определено Аллером [36] по линиям Y I (*gf* по СВ). Интересно, что Гольдберг и др. [37] получили для солнечной атмосферы, пользуясь таблицами Бейтса—Дамгард, значительно меньшее значение — $\lg \epsilon_{\text{Y}} = 2.25$.

Цирконий и барий. Для определения содержания использовались силы осцилляторов СВ по линиям Zr II и Ba II. Солнечные содержания определены Аллером по тем же силам осцилляторов [36].

Для всех более тяжелых элементов использовались силы осцилляторов СВ.

Если учесть сделанные замечания и возможные ошибки, внесенные из-за неточностей моделей и эквивалентных ширины линий, можно сделать вывод, что относительное содержание элементов в атмосферах 41 Cyg, ν Her и σ Boo не отличается заметно от солнечного. В атмосфере σ Boo, однако, можно наблюдать некоторый дефицит металлов группы железа. Особенно это заметно в случае самого железа, содержание которого определяется с наибольшей точностью. Такой же результат получен нами в ходе «грубого» анализа [2]. В атмосфере 41 Cyg содержание элементов тяжелее бария меньше среднего космического содержания. В случае σ Boo и ν Her такого различия нет.

Результаты настоящей работы показывают, что для более полного и точного анализа атмосфер F-звезд требуются модели атмосфер, при построении которых учитывается конвекция, а также высокодисперсионные наблюдения в красной области спектра.

В заключение пользуясь случаем выразить искреннюю благодарность сотруднику Института кибернетики АН ЭССР В. Салум за неоценимую помощь при проведении вычислений на ЭЦВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киппер Т., *Астрофизика*, **3**, 397 (1967).
2. Киппер М., Киппер Т., *Астрофизика*, **4**, 253 (1968).
3. Unsöld A., *Z. Astrophys.*, **4**, 339 (1932).
4. Pecker J. C., *Ann. d'Ap.*, **14**, 115 (1951).
5. Faulkner D. J., Mugglestone D., *MN*, **124**, 11 (1962).
6. Finn G. D., Mugglestone D., *MN*, **137**, 221 (1967).
7. Киппер Т., *Изв. АН ЭССР, Физ. Матем.*, **17**, 303 (1968).
8. Finn G. D., Mugglestone D., *MN*, **129**, 221 (1965).
9. Abramowitz M., Stegun I. A., *Handbook of Mathematical Functions*, New York, 1965.
10. Claas W. J., *Rech. Astron. Utrecht*, **12**, 1 (1951).
11. Аллер Л. Х., *Сб. Звездные атмосферы*, под ред. Дж. Л. Гринстейна, М., 1963.
12. Reitz A., *Arkiv astr.*, **1**, 187 (1950).
13. Котли М., Ханко П., *Программы для ЭЦВМ «Минск-2», вып. 4, Ин-т кибернетики АН ЭССР, Таллин, 1966.*
14. Mihalas D., *Ap. J. Suppl.*, **13**, 1 (1966).
15. Киппер Т., *Публ. Тартуск. астрон. обсерв.*, **36** (1968) (в печати).
16. Киппер М., Киппер Т., *Публ. Тартуск. астрон. обсерв.*, **37** (в печати).
17. Unsöld A., *Physik der Sternatmosphären*, Berlin, 1955.
18. Hubenet H., *Rech. Astron. Utrecht*, **16**, 1 (1960).
19. Strand K. A., *Basic Astronomical Data*, Chicago, 1960.
20. Мустель Э. Р., *Звездные атмосферы*, М., 1960.
21. Киппер Т., *Астрофизика*, **4** (1968) (в печати).
22. Keenan P. C., In: *Basic Astronomical Data*, ed. by K. A. Strand, p. 91, Chicago, 1960.
23. Code A., In: *Proceedings of NSF Conference on Stellar Atmospheres*, ed. by M. H. Wrubel, p. 14, 1954.
24. Strom S. E., Cohen J. G., Strom K. M., *Ap. J.*, **147**, 1038 (1967).
25. Harris D. L. III, In: *Basic Astronomical Data*, ed. by K. A. Strand, p. 263, Chicago, 1960.
26. Аллен К. У., *Астрофизические величины*, М., 1960.
27. Corliss C. H., Bozman R. W., *NBS Monograph*, **53**, U. S. Government Printing Office, Washington 25, D. C., 1962.

28. Боярчук М. Е., Боярчук А. А., Изв. Крымск. астрон. обсерв., **22**, 234 (1960).
29. Zwaan C., BAN, **16**, 225 (1962).
30. Allen C. W., MN, **117**, 622 (1957).
31. Lambert D. L., Warner B., MN, **138**, 181 (1968).
32. Lambert D. L., Warner B., MN, **138**, 213 (1968).
33. Treffitz E., Biermann L., Z. Astrophys., **30**, 275 (1952).
34. Treffitz E., Z. Astrophys., **29**, 287 (1951).
35. Lambert D. L., Warner B., MN, **138**, 229 (1968).
36. Aller L. H., Technical Note, No. 2, Office of Research Administration, Univ. of Michigan, Ann. Arbor, Mich. (1962).
37. Goldberg L., Müller E. A., Aller L. H., Ap. J. Suppl., **5**, No. 45 (1960).
38. Müller E. A., Mutschlesner J. P., Ap. J. Suppl., **9**, 1 (1964).
39. Прокофьев В. К., Никонова Е. И., Груздев Ц. Ф., Фриш М. С., Изв. Крымск. астрон. обсерв., **31**, 281 (1964).
40. Müller E. A., In: Abundance Determinations in Stellar Spectra, ed. by H. Hubenet, London and New York, 1966.

T. KIPPER

ELEMENTIDE SUHTELINE SISALDUS 41 Cyg, ν Her ja σ Boo ATMOSFÄÄRIDES

Kirjeldatakse teoreetiliste kasvukõverate arvutamise programmi, milles on kasutatud nn. «Plancki funktsiooni gradiendi» meetodit. Arvutatud kasvukõverate abil leitakse 41 Cyg, ν Her ja σ Boo atmosfääride keemiline koostis, mida võrreldakse Päikese omaga.

T. KIPPER

RELATIVE ABUNDANCES OF ELEMENTS IN THE ATMOSPHERES OF 41 Cyg, ν Her and σ Boo

Theoretical curves of growth were calculated with the aid of a program in the MALGOL language written for a "Minsk-2" computer and approximate model atmospheres for F-stars. The Planckian gradient method, originally developed by Muggleston [5] was modified for use with stellar spectra. By means of these curves of growth and equivalent widths obtained by high dispersion observations, the relative abundances of the chemical elements in the atmospheres of 41 Cyg, ν Her and σ Boo were derived. A comparison with solar abundances was carried out.