

Х. АБЕН

ПРИНЦИП ОБРАТИМОСТИ В ТРЕХМЕРНОЙ ФОТОУПРУГОСТИ

H. ABEN. PÕRATAVUSE PRINTSIIP RUUMILISES FOTOELASTSUSES

H. ABEN. PRINCIPLE OF REVERSIBILITY IN THREE-DIMENSIONAL PHOTOELASTICITY

Оптические уравнения трехмерной фотоупругости принадлежат к одному из следующих типов [1]:

$$\left. \begin{aligned} dE_1/dz &= ia_{11}E_1 + ia_{12}E_2, \\ dE_2/dz &= ia_{21}E_1 + ia_{22}E_2, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

или

$$\left. \begin{aligned} dE_1/dz &= ib_{11}E_1 + (d\varphi/dz)E_2, \\ dE_2/dz &= -(d\varphi/dz)E_1 + ib_{22}E_2. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь E_j — компоненты вектора электрической напряженности; a_{jk}, b_{jj}, φ — вещественные функции координаты z ; z — координата в направлении распространения света.

Решение системы (1) или (2) можно записать в виде

$$E = \Omega_{z_0}^z E_0, \quad (3)$$

где E_0 — вектор падающего на модель света (в точке $z = z_0$), E — вектор выходящего из модели света (в точке $z = z$), $\Omega_{z_0}^z$ — матрицант системы дифференциальных уравнений.

При просвечивании фотоупругой среды в обратном направлении ($z \rightarrow -z$) уравнения фотоупругости (1) и (2) заменяются комплексно сопряженными уравнениями; кроме того переменяются пределы их интегрирования. Из свойств матрицанта известно [2], что при замене матрицы коэффициентов системы уравнений комплексно сопряженной матрицей матрицант системы также заменяется комплексно сопряженной матрицей. При перемене же пределов интегрирования матрицант заменяется его обратной матрицей, т. е.

$$\Omega_z^{z_0} = (\Omega_{z_0}^z)^{-1}. \quad (4)$$

Из сказанного следует, что при просвечивании фотоупругой среды в обратном направлении световой вектор преобразуется следующим образом:

$$E_{(-)} = [(\Omega_{z_0}^z)^{-1}]^* E_{0(-)}. \quad (5)$$

Здесь $E_{0(-)}$ — вектор падающего света в точке с координатой z ; $E_{(-)}$ — вектор выходящего из фотоупругой среды света в точке $z = z_0$.

Поскольку матрица $\Omega_{z_0}^z$ унитарна [1], то из соотношения (5) получим

$$E_{(-)} = \tilde{\Omega}_{z_0}^z E_{0(-)}, \quad (6)$$

где тильда обозначает транспонирование.

Таким образом, при просвечивании фотоупругой среды в обратном направлении матрица, описывающая преобразование светового вектора, заменяется ее транспонированной матрицей.

Легко доказать, что соотношение (6) имеет место также в случае дискретных оптических систем, состоящих из двупреломляющих пластинок и ротаторов, так как эти системы также описываются унитарными матрицами [3]. Действительно, матрица каждого отдельного элемента системы представляет собой матрицу системы типа (1) или (2). Следовательно, для отдельных элементов системы имеют место соотношения

$$E_{(-)} = \tilde{M} E_{0(-)}, \quad (7)$$

где M — матрица элемента системы при просвечивании в положительном направлении оси z .

Обозначая через $M_{(-)}^{(n)}$ матрицант системы из n элементов для случая просвечивания в обратном направлении, имеем

$$M_{(-)}^{(n)} = \tilde{M}_1 \tilde{M}_2 \dots \tilde{M}_n, \quad (8)$$

где M_j — матрицы отдельных элементов. Из последнего соотношения имеем

$$M_{(-)}^{(n)} = \tilde{M}^{(n)}. \quad (9)$$

Отметим, что для дискретных унитарных оптических систем принцип обратимости был установлен эмпирическим путем Р. Джонсом [3].

Принцип обратимости дискретных унитарных оптических систем имеет вид (9) только в случае, когда ротаторы изменяют знак угла поворота плоскости поляризации при изменении направления просвечивания, так как только тогда имеет место соотношение (7) для отдельного ротатора. Следовательно, принцип обратимости (9) действителен в случае, когда ротаторами являются элементы с естественной оптической активностью. Если ротаторы созданы эффектом Фарадея, соотношение (9) не имеет места.

В общем случае унитарный матрицант $\Omega_{z_0}^z$ можно представить в виде [1]

$$\Omega_{z_0}^z = \begin{pmatrix} e^{i\xi} \cos \Theta & e^{i\zeta} \sin \Theta \\ -e^{-i\zeta} \sin \Theta & e^{-i\xi} \cos \Theta \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где в случае фотоупругой модели значения параметров ξ , ζ и Θ определяются распределением напряжений на световом луче.

Из выражения (10) следует, что при транспонировании матрицы $\Omega_{z_0}^z$ параметры ξ и Θ изменяют знак: $\xi \rightarrow -\xi$, $\Theta \rightarrow -\Theta$. Учитывая эти изменения в выражениях для характеристических величин a_0 , a_* , a и 2γ [1] в случае просвечивания модели в направлении положительной ветви оси z , получим

$$a'_0 = a_*, \quad a'_* = a_0, \quad a' = -a, \quad 2\gamma' = 2\gamma, \quad (11)$$

где штрих обозначает случай просвечивания модели в обратном направлении.

Из выражений (11) следует, что характеристические направления сохраняют свои свойства при просвечивании фотоупругой модели в обратном направлении; первичные характеристические направления превращаются лишь во вторичные и наоборот. Характеристическая разность фаз не зависит от направления просвечивания системы.

Отсюда следует, что если характеристические величины экспериментально определены при просвечивании объемной фотоупругой модели или дискретной унитарной оптической системы в одном направлении, то просвечивание в обратном направлении не может увеличить информацию о параметрах системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абен Х. К., Изв АН СССР, Механика и машиностроение, № 4, 40 (1964).
2. Гантмахер Ф. Р., Теория матриц, М., 1953.
3. Jones R. C., J. Opt. Soc. Am., 31, 488 (1941).

Институт кибернетики
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
28/X 1968

EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. XVIII KÕIDE
FÜSIKA * МАТЕМАТИКА. 1969, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ XVIII
ФИЗИКА * МАТЕМАТИКА. 1969, № 1

P. AVARMAA, L. REBANE

СТРУКТУРА БЕСФОНОННЫХ ЛИНИЙ В СПЕКТРАХ ПОГЛОЩЕНИЯ И ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ ИОНА NO_2^- В КРИСТАЛЛАХ ГАЛОГЕНИДОВ КАЛИЯ

*R. AVARMAA, L. REBANE. IOONI NO_2^- NEELDUMIS. JA LUMINESTSENTSISPEKTRITE
FOONONIVABADE JOONTE STRUKTUUR KAALIUMHALOGENIIDKRISTALLIDES*

*R. AVARMAA, L. REBANE. ZERO-PHONON LINE STRUCTURE IN ABSORPTION AND
LUMINESCENCE SPECTRA OF NO_2^- ION IN POTASSIUM HALIDE CRYSTALS*

В предыдущих работах [1-3] приведены оптические спектры поглощения и люминесценции кристаллов KCl, KBr и KJ с примесью молекулярных ионов NO_2^- и дан анализ вибронной структуры этих спектров как обусловленной взаимодействием электронного перехода в ионе NO_2^- с полносимметричными валентным (ν_1) и деформационным (ν_2) колебаниями молекулы (бесфононные квазилинии) и с колебаниями кристаллооснования вблизи примеси (фононные крылья). В работе [2] отмечалось расщепление некоторых бесфононных линий в спектрах поглощения. Здесь приведены результаты исследования структуры бесфононных линий в спектрах поглощения NO_2^- в кристаллах KCl, KBr и KJ и в спектре люминесценции кристалла KCl- NO_2^- .

Спектры поглощения фотографировались на спектрографе КС-55 со стеклянной оптикой. Дисперсия в области 4000 Å позволяла разрешать линии в спектре железа с интервалом 0,95 см⁻¹. Спектр люминесценции