

Э. ВЕСМАН

## О СКОРОСТИ РЕАКЦИИ СИНТЕЗА В МЕЗОМОЛЕКУЛЕ $dd\mu$ С МОМЕНТОМ 1

1. Как было показано в работе [1], основным механизмом образования мезомолекулярного иона  $(dd\mu)^+$  скорее всего является электрический дипольный переход. В результате этого перехода образуется ион  $(dd\mu)^+$  в возбужденном вращательно-колебательном состоянии  $K=1$ ,  $v=1$ . Как известно, первое вращательное состояние молекул с одинаковыми ядрами является метастабильным ввиду того, что переход на основное вращательное состояние должен сопровождаться для них изменением суммарного спина. Действительно, в состоянии вращения с моментом  $K=1$  система из двух тождественных частиц должна иметь нечетный спин, а в состоянии с моментом  $K=0$  — четный.

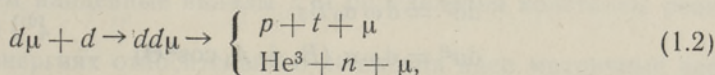
Указанный переход может осуществиться за счет дипольного момента  $Q_{10}$ , связанного с изменением магнитного момента (см., напр., [2]). Оценим порядок величины скорости такого перехода, связанного с испусканием  $\gamma$ -кванта:

$$\begin{aligned} \omega_7 &= \frac{4}{3} \frac{e^2 \omega^3}{\hbar c^3} |\langle Q'_{10} \rangle|^2 \simeq \frac{e^2 \omega^3}{\hbar c^3} \left( \frac{\omega \hbar}{Mc^2} \right)^2 \left( \frac{\hbar^3}{m_\mu e^2} \right)^2 \simeq \\ &\simeq (m_\mu / M)^{3/2} (e^2 / \hbar c)^7 \frac{e^4 m_\mu}{\hbar^3} \approx 10^{-3} \text{ сек}^{-1}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $m_\mu$  — масса  $\mu$ -мезона, а  $M$  — масса дейтерона. Учитывая еще, что этот процесс является более вероятным с конверсией на электроны, так как коэффициент дипольной конверсии в области энергии  $10^2$  эВ весьма велик и составляет величину порядка  $10^6$ , получим оценку скорости перехода из вращательного состояния  $K=1$  на  $K=0$

$$\omega_{10} \simeq 10^3 \text{ сек}^{-1}.$$

Этот результат следует сравнить со скоростью ядерной реакции из возбужденного состояния  $K=1$ , которая составляет, как будет видно из дальнейшего, величину порядка  $10^{10} \text{ сек}^{-1}$ . Следовательно, за время жизни  $\mu$ -молекулы последняя не успевает перейти в  $S$ -состояние и реакции синтеза



наблюдаемые в эксперименте, должны идти главным образом из  $P$ -состояния.

О реакции (1.2) известно, что оба канала примерно равновероятны [3] и что образование иона  $(dd\mu)^+$  в  $S$ -состоянии вызывает реакцию синтеза, скорость которой превышает скорость распада  $\mu$ -мезона на 5—6 порядков [4].

До того как приступить к вычислениям, позволяющим оценить скорость ядерной реакции из  $P$ -состояния, надо оценить еще время жизни возбужденного колебательного состояния системы  $(dd\mu)^+$ .

Переход на основной колебательный уровень может идти как  $1 \rightarrow 1$  переход с конверсией на электроне. Скорость такого перехода может быть вычислена совершенно аналогично конверсии для ядерного перехода и определяется монополярным моментом  $Q_0$  системы

$$Q_0 = \sum e_i r_i^2, \quad (1.3)$$

где  $e_i$  — заряды, а  $r_i$  — расстояния частиц от центра инерции системы. В случае мезомолекулы сумма в (1.3) берется по обоим ядрам и  $\mu$ -мезону. Если электронные волновые функции заменить кулоновскими функциями атома водорода, то скорость перехода будет равна

$$\omega_{11} = \frac{8\pi}{9} (a_\mu/a_e)^4 \frac{e^2}{\hbar a_e} \frac{1}{1 - \exp(-2\pi\eta)} |\langle Q_0 \rangle|^2 \simeq 10^6 \text{ сек}^{-1}. \quad (1.4)$$

Здесь  $a_\mu$  и  $a_e$  — боровские радиусы  $\mu$ -мезона и электрона, а  $\eta = e^2/\hbar v_e$ , где  $v_e$  — скорость улетающего электрона. Сравнивая этот результат со скоростью ядерной реакции, заключаем, что в мезомолекуле  $(dd\mu)^+$  ядерная реакция идет главным образом из возбужденного колебательно-вращательного состояния, в котором молекула образовалась.

2. В ряде работ [5–7] исследована ядерная реакция  $d + d$  на лету при весьма малых энергиях (вплоть до 13 кэВ) и найдено угловое распределение продуктов реакции, свидетельствующее о значительном вкладе в сечение реакции  $P$ -волны. Это обстоятельство является особенностью кулоновского поля отталкивания и обусловлено тем, что при малых энергиях отношение квадратов модулей волновых функций  $P$ - и  $S$ -состояний на расстояниях порядка радиуса действия ядерных сил не зависит от энергии и, грубо говоря, пропорционально  $(R_N/a_N)^2$ , где  $R_N$  — радиус действия ядерных сил, а  $a_N = \hbar^2/M_{12}e^2$  — боровский радиус ядер с приведенной массой  $M_{12}$ . Действительно, точная кулоновская функция, нормированная так, что на бесконечности она имеет вид

$$\psi_{kL} \approx \sin[kR + \delta(R)]/kR,$$

может быть при  $k \ll 1$  записана вблизи нуля в виде (см., напр., [8])

$$R\psi_{kL} \approx \frac{R^{L+1} e^{-\pi/k}}{\sqrt{k}} \frac{2^L \sqrt{2\pi}}{(2L+1)!}. \quad (2.1)$$

Теория [9] и данные эксперимента позволяют оценить вклад  $P$ -волны в сечение реакции синтеза. Согласно [9] при низких энергиях:

$$d\sigma^S = d\omega \sigma_0 B_0 \quad (2.2)$$

$$d\sigma^P = d\omega \sigma_1 (B_1 + A_1 \cos^2 \Theta) \quad (2.3)$$

$$d\sigma^{SD} = d\omega (\sigma_0 \sigma_2)^{1/2} B_{02} (1 - 3 \cos^2 \Theta) \quad (2.4)$$

$$d\sigma = d\sigma^S + d\sigma^P + d\sigma^{SD}, \quad (2.5)$$

где  $\sigma^S$ ,  $\sigma^P$  и  $\sigma^{SD}$  — вклады в сечение  $\sigma$  соответственно  $S$ - и  $P$ -волны и интерференции  $S$ - и  $D$ -волны;  $B_0$ ,  $B_1$ ,  $B_{02}$  и  $A_1$  — некоторые константы, определяемые из эксперимента, а  $\sigma_L$  — сечения сближения двух ядер до расстояния  $R_N$ , где возникают ядерные силы. Как показано в [9], надо взять  $R_N = 7 \cdot 10^{-13}$  см. Сечения  $\sigma_L$  вычисляются по формуле

$$\sigma_L = \frac{4}{9} \frac{\pi}{k^2} (2L + 1) e^{-2c_L}, \quad (2.6)$$

где

$$c_L = k \int_{R_N}^{r_L} [r_c r^{-1} + (L + \frac{1}{2})^2 k^{-2} r^{-2} - 1]^{1/2} dr \quad (2.7)$$

и

$$r_L = \frac{r_c}{2} + \frac{1}{2} [r_c^2 + (2L + 1) k^{-2}]^{1/2}, \quad (2.8)$$

а  $r_c = 2e^2 E^{-1}$ ,  $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{M_d E}$ . Здесь  $M_d$  — масса дейтерона. Воспользуемся данными работы [5] при энергии  $E = 14,5$  кэВ. Суммарное сечение по двум каналам (1.2) равно  $\sigma = 7,17 \cdot 10^{-29}$  см<sup>2</sup>. Угловое распределение получено в виде

$$\sigma_\Theta = \sigma (1 + A \cos^2 \Theta) [4\pi (1 + \frac{1}{3}A)]^{-1}, \quad (2.9)$$

где  $\Theta$  — угол между направлением вылета продукта ядерной реакции и пучком дейтронов в системе ц. и. Коэффициент асимметрии измерился  $A = 0,207$ . На основе этих данных получены значения констант

$$\begin{aligned} B_0 &= 0,0243 \pm 0,0027 && \text{(определяет вклад } S\text{-волны)} \\ B_{02} &= -0,0726 \pm 0,0197 && \text{(определяет вклад интерференции } S\text{- и } D\text{-волн)} \\ B_1 &= 0,0193 \pm 0,0175 \\ A_1 &= 0,0616 \pm 0,0196 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} B_0 \\ B_{02} \\ B_1 \\ A_1 \end{aligned}} \right\} \text{(определяют вклад } P\text{-волны).}$$

Вычисляя сечения сближения

$$\begin{aligned} \sigma_0 &\approx 2 \cdot 10^{-28} \text{ см}^2 \\ \sigma_1 &\approx 1,8 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2 \\ \sqrt{\sigma_0 \sigma_2} &\approx 0,6 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2, \end{aligned}$$

получим

$$\begin{aligned} \sigma^S &\approx 6 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2, \quad (83,6\%) \\ \sigma^P &\approx 9 \cdot 10^{-30} \text{ см}^2, \quad (12,6\%) \\ \sigma^{SD} &\approx 2,7 \cdot 10^{-30} \text{ см}^2, \quad (3,8\%). \end{aligned} \quad (2.10)$$

3. Используем найденные вклады для определения константы реакции, следуя [4] и [10].

При малых энергиях относительного движения ядер матричные элементы переходов, взятые по волновым функциям компаунд-ядра, можно считать не зависящими от энергии. Эффективное сечение реакции в этом случае, как известно, имеет вид

$$\sigma = C |\psi(R_N)|^2/v, \quad (3.1)$$

где  $\psi(R_N)$  — значение волновой функции, описывающей относительное движение ядер для расстояний между ядрами порядка радиуса действия ядерных сил,  $v$  — относительная скорость ядер на бесконечности (плотность вероятности в падающей волне предполагается нормированной на единицу). Для  $S$ -волны пренебрегаем размерами области действия ядерных сил. В таком случае квадрат волновой функции сплошного спектра для отталкивающих частиц

$$|\psi_0(0)|^2 = 2\pi\eta / (\exp 2\pi\eta - 1) \approx 2\pi\eta \exp(-2\pi\eta), \quad (3.2)$$

где

$$\eta = Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v > 1.$$

Для  $P$ -волны сохраняем только наибольший член по  $R_N$  и усредняем по углам

$$|\psi_1(R_N)|^2 = \frac{8\pi^2}{3} R_N^2 (1 + \eta^2) / [\eta (\exp 2\pi\eta - 1)] \approx \quad (3.3)$$

$$\approx \frac{8}{3} \pi^2 R_N^2 (\eta + 1/\eta) \exp(-2\pi\eta).$$

Если эффективное сечение реакции измерено в области малых энергий и его зависимость от энергии определяется (3.1), то по экспериментально известному эффективному сечению можно вычислить константу реакции  $C$ . Согласно [5] суммарное сечение зависит от энергии по (3.1).

Получим константы

$$C^S = 7 \cdot 10^{-17} \text{ см}^3/\text{сек} \quad (3.4)$$

$$C^P = 2 \cdot 10^{-18} R_N^{-2} \text{ см}^3/\text{сек}. \quad (3.5)$$

4. Зная константу, можно оценить вероятность ядерной реакции в мезомолекуле по формуле

$$\omega = C |G(R_N)|^2, \quad (4.1)$$

где  $G(R_N)$  — значение волновой функции, описывающей относительное движение ядер в мезомолекуле. В приближении гармонического осциллятора радиальная функция  $g(R) = RG(R)$  для основного состояния имеет вид

$$g(R) = (\alpha/\pi)^{1/4} \exp[-\alpha(R - R_0)^2/2], \quad (4.2)$$

где в мезоатомных единицах  $\alpha = 2M_{12}E_0$ ,  $M_{12}$  — приведенная масса двух ядер,  $E_0$  — энергия уровня, отсчитываемая от дна потенциальной ямы,  $R_0$  — расстояние, соответствующее минимуму потенциальной энергии. Волновую функцию в подбарьерной области можно определить квазиклассически, используя известную связь между решениями волнового уравнения соответственно внутри и вне барьера:

$$|Q(R)|^{-1/2} \exp\left(-\int_{R_1}^R |Q| dR\right) \approx 2[Q(R)]^{-1/2} \cos\left(\int_{R_1}^R Q dR - \frac{\pi}{4}\right), \quad (4.3)$$

где  $R_1$  — классические точки поворота, а

$$Q(R) = \{2M_{12}[E - V(R)]\}^{1/2}. \quad (4.4)$$

Для того, чтобы нормировать решение (4.3), можно просто приравнять значение, даваемое квазиклассической формулой (4.3) в точке минимума потенциальной энергии  $R_0$ , точному значению волновой функции (4.2).

Сравнение (4.3) и (4.2) в точке  $R = R_0$

$$Q(R_0) = \sqrt{2M_{12}E_0}, \cos\left(\int_{R_1}^{R_0} Q dR - \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

показывает, что решение (4.3) следует умножить на величину

$$\alpha^{1/2}/2\pi^{1/4} = 0,38\alpha^{1/2}. \quad (4.5)$$

Более строгое рассмотрение вопроса о нормировке, проведенное в работе [11], показывает, что для основного состояния осциллятора обе стороны (4.3) должны быть умножены на величину

$$(\alpha/2\pi)^{1/2} \approx 0,4\alpha^{1/2},$$

которая практически совпадает с (4.5).

Таким образом, в квазиклассическом приближении радиальная функция под барьером должна иметь вид

$$g(R) = (\alpha/2\pi)^{1/2} |Q(R)|^{-1/2} \exp\left(-\int_{R_1}^R |Q| dR\right). \quad (4.6)$$

При использовании квазиклассического приближения для радиальной функции связь между решениями (4.3) сохранится, если только заменить центробежную энергию  $K(K+1)/2M_{12}R^2$  на  $(K+\frac{1}{2})^2/2M_{12}R^2$ . Такая замена обеспечивает правильную фазу квазиклассической функции на больших расстояниях, а также правильное поведение вблизи  $R=0$ . Поскольку для малых  $R$  потенциальный барьер  $V(R)$  имеет характер кулоновского отталкивания, при замене  $K(K+1) \rightarrow (K+\frac{1}{2})^2$  квазиклассическое приближение с хорошей точностью может быть применено вплоть до  $R \rightarrow 0$ , а не только для  $R > \hbar^2/M_{12}e^2$  (см. [4]). Учитывая, что при малых  $R$

$$|Q(R)| \approx \frac{2K+1}{2R},$$

получим радиальную функцию в подбарьерной области:

$$g(R) = \{\alpha/[\pi(2K+1)R_1^{2K+1}]\}^{1/2} R^{K+1} \exp[-\lambda(R)], \quad (4.7)$$

где показатель подбарьерного множителя  $\lambda(R)$  равен

$$\lambda(R) = \int_R^{R_1} \{2M_{12}(U(R) - E) + (2K+1)^2/4R^2\}^{1/2} - (2K+1)/2R \} dR. \quad (4.8)$$

Потенциальную функцию берем аналогично [10] в виде

$$U(R) = 1/R - a_K/(1+b_K R)^4, \quad (4.9)$$

где в  $S$ -состоянии  $a_0 = 1,45$ ,  $b_0 = 0,123$ , а в  $P$ -состоянии  $a_1 = 1,26$ ,  $b_1 = 0,109$ .

Скорости реакции получим окончательно следующие:

а) S-состояние

$$\omega_S = (C^S/a_\mu^3) (a_S/4\pi^2 R_{1S}) \exp[-2\lambda(R_N)] \quad (\text{сек}^{-1}); \quad (4.10)$$

б) P-состояние

$$\omega_P = (C^P/a_\mu^3) (a_P R_N^2/3\pi R_{1P}) \exp[-2\lambda(R_N)] \quad (\text{сек}^{-1}). \quad (4.11)$$

Как здесь видно, скорость ядерной реакции в обоих случаях мало чувствительна к радиусу действия ядерных сил (см. также (3.5)). Для вычислений принимаем (в мезоатомных единицах)  $R_N = 0; 0,02; 0,05$ , соответствующие сумме двух радиусов действия ядерных сил  $0; 5 \cdot 10^{-13}$  и  $1,2 \cdot 10^{-12}$  см. Результаты изложены в таблице:

$R_N$	$\lambda(R_N)$			$\omega, \text{сек}^{-1}$		
	$K=0$	$K=1$		$K=0$	$K=1$	
		$v=0$	$v=1$		$v=0$	$v=1$
0	3,9	2,5	2,4	$4 \cdot 10^{10}$	$1,9 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}$
0,02	3,6	2,4	2,3	$7 \cdot 10^{10}$	$2,3 \cdot 10^{10}$	$7 \cdot 10^{10}$
0,05	3,2	2,2	2,1	$2 \cdot 10^{11}$	$3,4 \cdot 10^{10}$	$1 \cdot 10^{11}$

Из таблицы следует, что скорость ядерной реакции из P-состояния в мезомолекулярном ионе  $(dd\mu)^+$  не отличается от скорости из S-состояния.

Таким образом, возникновение молекулы  $(dd\mu)^+$  практически всегда сопровождается реакцией синтеза. Надо еще отметить, что полученная в работе [12] малая скорость ядерной реакции экспериментально не обоснована, как уже было показано в работе [13]. Если учитывать результаты экспериментов  $d+d$  на лету при малых энергиях и теоретические соображения, позволяющие сделать вывод о большом вкладе P-волны, то малая скорость реакции из P-состояния системы  $(dd\mu)^+$  была бы непонятной.

Выражаю глубокую благодарность С. С. Герштейну за обсуждение работы и руководству Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ за оказанное гостеприимство.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Весман Э. А., ЖЭТФ Письма, 5, 113 (1967); Препринт ОИЯИ P4-3256, Дубна (1967).
2. Блатт Д. К., Вайскопф В., Теоретическая ядерная физика, М., 1954, с. 468.
3. Дзелепов В. П., Ермолов П. Ф., Катышев Ю. В., Москалев В. И., Фильченков В. В., Фримл М., ЖЭТФ, 46, 2042 (1964).
4. Зельдович Я. Б., Герштейн С. С., УФН, 71, 581 (1960).
5. Davenport P. A., Jeffries T. O., Owen M. E., Price F. V., Roaf D., Proc. Roy. Soc., A216, 66 (1953).
6. Eliot E. A., Roaf D., Shaw P. F. D., Proc. Roy. Soc., A216, 57 (1953).
7. Arnold W. R., Phillips J. A., Sawyer G. A., Stovall E. J. Jr., Tuck J. L., Phys. Rev., 93, 483 (1954).
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Квантовая механика, М., 1963.

9. Beiduk F. M., Pruet J. R., Knopinski E. J., Phys. Rev., 77, 622 (1950).
10. Jackson J. D., Phys. Rev., 106, 330 (1957).
11. Furry W. H., Phys. Rev., 71, 360 (1947).
12. Doede J. H., Phys. Rev., 132, 1782 (1963).
13. Джелепов В. П., Ермоллов П. Ф., Москалев В. И., Фильченков В. В., ЖЭТФ, 50, 1235 (1966).

Институт физики и астрономии  
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию  
4/IX 1967

E. VESMAN

### SÜNTEESIREAKTSIOONI KIIRUSEST MESOMOLEKULIS $dd\mu$ MOMENDIGA $l$

Töös [1] on näidatud, et mesomolekulaarse iooni  $(dd\mu)^+$  kõige tõenäolisem tekkemehhanism viib viimase moodustumisele metastabiilses  $P$ -seisundis. Järelikult toimuvad eksperimendis täheldatud sünteessireaktsioonid mesomolekulis (1.2) põhiliselt  $P$ -seisundis. Kahe deuteroni ühinemisreaktsioon  $d + d$  lennul annab märgatava reaktsiooni produktide nurkjaotuse isegi väga väikeste energiatega puhul. Nurkjaotuse olemasolu viitab suhtelise liikumise  $P$ -seisundi olulisele panusele reaktsiooni ristlõikesse. Eksperimendi [5-7] andmetest on määratud sünteessireaktsiooni konstant  $P$ -seisundis (3.5). Viimast on kasutatud tuumareaktsiooni kiiruse arvutamiseks mesomolekulis  $(dd\mu)^+$  momendiga  $l$ . On leitud, et mesomolekuli  $(dd\mu)^+$  tekkimisega kaasneb praktiliselt alati sünteessireaktsioon, kuna selle reaktsiooni kiirus  $S$ - ja  $P$ -seisundis olevas mesomolekulis peaaegu ei erine ja on suurusjärgus  $10^{10} \text{ sec}^{-1}$ .

E. VESMAN

### ON THE RATE OF FUSION REACTION IN MESIC MOLECULE $dd\mu$ WITH MOMENTUM $l$

In the earlier work [1] the author has shown that the most probable mechanism of formation of the mesic molecular ion  $(dd\mu)^+$  gives the ion in a meta-stable  $P$ -state. Consequently the fusion reactions (1.2) observed in experiments must occur in  $P$ -state. It is well known that the products of the fusion reaction in case of the reaction  $d + d$  in flight have an angular distribution even at very low energies. The angular distribution is due to a high contribution of  $P$ -wave to the cross-section of the reaction. The constant of the reaction in  $P$ -state (3.5) is based on experimental data [5-7]. This constant is used to calculate the rate of the fusion in the mesic molecule  $(dd\mu)^+$  in  $P$ -state. It is found that the formation of this molecule is practically always accompanied by fusion. The rate of the fusion in  $(dd\mu)^+$  is almost the same in  $S$ - and  $P$ -states and is of order  $10^{10} \text{ sec}^{-1}$ .