EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA TOIMETISED. 23. KÖIDE
KEEMIA * GEOLOOGIA. 1974, NR. 1

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР. ТОМ 23
ХИМИЯ * ГЕОЛОГИЯ. 1974, № 1

УДК 556.332.62

Л. ВАЛЛНЕР

О СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИРОДНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ НАПОРА ВДОЛЬ ПОТОКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД

При анализе пьезометрического режима подземных вод нередко возникает проблема: с какой скоростью распространяется вдоль водоносного горизонта изменение гидравлического напора, обусловленное в некотором сечении пласта внешними природными факторами (колебанием уровня поверхностных водоемов, переменной инфильтрацией или испарением и т. д.). Изучим этот вопрос в одномерной постановке.

Рассмотрим ограниченный в интервале $0 \leqslant x \leqslant L$ фильтрационный поток с напорной поверхностью, который вмещается в однородном по проницаемости пласте, заключенном между водоупорными слоями, причем источник напора между краями пласта отсутствует. Нестационарное распределение гидравлического напора $H(x, t)$ в таком случае описывается дифференциальным уравнением (Бер, Заславски, Ирмей, 1971)

$$a^2 \frac{\partial^2 H(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial H(x,t)}{\partial t}, \tag{1}$$

где a^2 — коэффициент пьезопроводности.

Примем, что в некоторый начальный момент времени $t=0$ напор в пласте одинаков и равен C. В сечении потока $x=0$ напор остается все время постоянным и также равным C. В сечении $x=L$ напор изменяется и является некоторой заданной функцией $H_L(t)$ времени. Таким образом, начальное условие для потока имеет вид

$$H(x, t)\,|_{t=0} = \text{const} = C, \tag{2}$$

а граничные условия

$$H(x, t)\,|_{x=0} = \text{const} = C, \qquad H(x, t)\,|_{x=L} = H_L(t). \tag{3}$$

Решением уравнения (1) при условиях (2), (3) является формула (Валлнер, 1968)

$$H(x,t) = C + [H_L(t) - C]\frac{x}{L} + \frac{2L^2}{a^2\pi^3} \sum_{i=1}^{\infty} i^{-3}(-1)^i \sin\frac{i\pi x}{L} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\partial}{\partial t}[H_L(t) - H_L(t)\,|_{t=0}] \exp\left[-\frac{ai\pi}{L}\right)^2 t\right] -$$

$$-\int_{0}^{t}\frac{\partial^2 H_L(\bar t)}{\partial \bar t^2}\exp\left[\left(\frac{ai\pi}{L}\right)^2(\bar t - t)\right]d\bar t\Bigg\},\qquad (4)$$

где $i = 1, 2, \ldots$

В рассматриваемом случае все значения $H_L(t) \neq C$ должны, очевидно, обусловливать в интервале $0<x<L$ изменение состояния $H(x,t)=C$. Естественно ожидать, что при этом возмущение напора распространяется вдоль пласта от места его возникновения в сечении $x=L$ с некоторой, в общем переменной, скоростью.

Здесь можно упомянуть об одном осложнении теоретического характера. Судя по выражению (4), всякое изменение граничного условия $H_L(t)$ мгновенно отражается в любой точке потока в интервале $0<x<L$, хотя при этом на большом расстоянии от сечения $x=L$ изменение напора и может быть сколь угодно малым. Однако это следствие является лишь математической фикцией, обусловленной неточностью физических предпосылок при выводе фундаментального уравнения (1). Если иметь в виду, что на практике представляют интерес не любые изменения напора в водоносных горизонтах, а только такие, которые могут быть обнаружены имеющимися методами измерений, то на это теоретическое осложнение мы можем не обращать внимания.

Абсолютная погрешность установления уровня воды в колодцах в зависимости от условий измерения составляет обычно 1—3 *см*. Обозначим среднее арифметическое значение ее, принятое равным 2 *см*, через ΔH. В нашем случае при изменении состояния $H(x,t) = C$ величину $H(x,t)=C+\Delta H$ целесообразно принять в качестве границы между возмущенной и невозмущенной областями пласта, и назвать здесь фронтом волны возмущения. Скорость передвижения v этого фронта возмущения и будет тогда выражать реальную скорость передачи изменений напора вдоль пласта.

Для установления величины v нами по формуле (4) была произведена серия расчетов, в которых варьировались значения коэффициента пьезопроводности и скорости изменения напора на границе пласта. Напор $H_L(t)$ задавался при этом в виде

$$H_L(t) = A(1-\cos 2\pi t/T) + C,\qquad (5)$$

где A — амплитуда и T — период его изменения.

В таком случае средняя скорость $\bar v$ возрастания напора на границе пласта выразится зависимостью $\bar v=2A/T$. Откуда, если использовать значения $T=1$; 10 и 100 *сут* и $A=1$ *м*, получим соответственно $\bar v=2{,}0$; 0,2 и 0,02 *м/сут*.

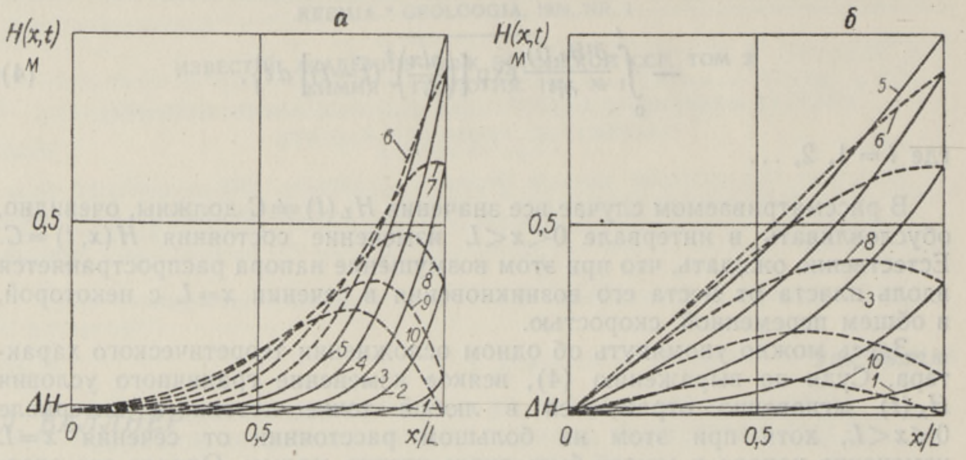
В природных условиях величина $\bar v=0{,}02$ *м/сут* характеризует весьма медленное изменение гидравлического напора, величина $\bar v=0{,}2$ *м/сут* — умеренное, а $\bar v=2{,}0$ *м/сут* — весьма интенсивное изменение напора.

Значение коэффициента пьезопроводности a^2 бралось при расчетах в его реальных пределах — от 10^5 до 10^7 *м²/сут*. Длина потока L была принята равной 10 *км*.

Произведенные вычисления (см. таблицу и рисунок) позволили придти к следующим общим выводам.

Скорость передвижения фронта возмущения тем больше, чем быстрее происходит приращение напора в граничном сечении потока и чем выше пьезопроводность водоносного горизонта.

При весьма медленном изменении напора на границе потока возмущение передается вдоль водоносного горизонта со скоростью 0,1—0,7



Нестационарное распределение гидравлического напора вдоль потока подземных вод при $a^2=10^6$ *м²/сут*; *а* — $T=10$ *сут*, *б* — $T=100$ *сут*.
1 — $t=0{,}1T$; *2* — $t=0{,}2T$; *3* — $t=0{,}3T$; *4* — $t=0{,}4T$; *5* — $t=0{,}5T$; *6* — $t=0{,}6T$; *7* — $t=0{,}7T$; *8* — $t=0{,}8T$; *9* — $t=0{,}9T$; *10* — $t=T$.

Скорость передвижения фронта возмущения v (*км/сут*) в зависимости от средней скорости возмущения на границе потока ($\bar{v}$) и коэффициента пьезопроводности горизонта (a^2)

a^2, *м²/сут*	$\bar{v}$, *м/сут*		
	0,02	0,2	2,0
10^5	0,1	0,4	1,2
10^6	0,3	1,2	3,6
10^7	0,7	3,0	11,0

км/сут в зависимости от пьезопроводности. Умеренные по своей интенсивности изменения граничного условия обусловливают уже более быстрое передвижение фронта возмущения, достигающее 3,0 *км/сут*. Весьма интенсивные граничные возмущения напора распространяются с наибольшей скоростью, которая может превышать 11 *км/сут*.

Общая тенденция такова, что десятикратное увеличение либо интенсивности граничного возмущения потока, либо пьезопроводности водоносного горизонта ускоряет передвижение фронта возмущения примерно в три-четыре раза.

Согласно формуле (5) напор на границе потока приобретает максимальное значение к моменту времени $t=T/2$, а потом монотонно убывает до своей первоначальной величины — таков в первом приближении характер природных колебаний гидравлического напора. Однако может случиться, что фронт возмущения при возрастающей стадии напора $H_L(t)$ еще не успевает достичь сечения пласта $x=0$ (рисунок). Тогда при $T/2<t<T$, т. е. на убывающей стадии напора $H_L(t)$, фронт возмущения будет продолжать перемещаться к сечению пласта $x=L$, хотя в среднем и не так быстро, как в промежутке времени $0<t<T/2$.

К моменту $t=T$ по условию (5) в сечении пласта $x=L$ восстанавливается величина напора C. Однако несмотря на это, возмущенная зона в водовмещающем пласте сохраняется. Распределение напора в ней определяется выражением (4), причем кривая функции $H(x,t)\,|_{t=T}$ имеет выпуклую форму. В течение времени $t>T$, если только граничные условия потока не изменятся, распределение напора вдоль него будет постепенно выравниваться. Этот процесс описывается формулой

$$H(x,t)\,|_{t>T}=\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{2}{L}\sin\frac{i\pi x}{L}\right]\exp\left[-\left(\frac{ai\pi}{L}\right)^2 t\right]\int_0^L H(x,T)\sin\frac{i\pi x}{L}\,dx. \qquad (6)$$

Выравнивание напора, происходящее по экспоненциальному закону, теоретически должно длиться бесконечно долго. На самом же деле, особенно при высоких значениях пьезопроводности пласта, величина превышающего значение C остаточного напора может весьма быстро уменьшаться до своего практически ощутимого предела ΔH.

ЛИТЕРАТУРА

Бер Я., Заславски Д., Ирмей С. 1971. Основы фильтрации воды. М.
Валлнер Л. 1968. Нестационарный режим фильтрации одномерного потока подземных вод. Изв. АН ЭССР, Хим. Геол., 17, № 1.

Институт геологии
Академии наук Эстонской ССР

Поступила в редакцию
22/VI 1973

L. VALLNER

RÕHU LOODUSLIKU ERGASTUSE LEVIKU KIIRUSEST PÕHJAVEE VOOLUS

Mittestatsionaarne ühemõõtmeline hüdraulilise rõhu jaotus põhjavee voolus on tingimustel (2), (3) ja (5) arvutatav valemi (4) abil. Rõhu muutumise frondi liikumise kiirus v sõltub ergastuse intensiivsusest $\bar{v}$ ja veehorisondi piesojuhtivusest a^2 (tab.).

L. VALLNER

ON THE MOVEMENT VELOCITY OF THE NATURAL CHANGE OF THE HYDRAULIC PRESSURE ALONG THE GROUND WATER FLOW

The non-steady one-dimensional distribution of the change of hydraulic pressure is calculated by formula (1) under conditions (2), (3) and (5). The velocity v of movement of the pressure $H(x,t)=C+\Delta H$ ($\Delta H=0{,}02$ m) along the flow (Fig.) depends on the mean velocity $\bar{v}$ of the change of the boundary condition (5) and $a^2=T/S$, where T is the coefficient of the transmissivity and S — the coefficient of the storage of aquifer (Table).