

Э. Я. РЕЙНСАЛУ

НЕКОТОРЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОБЪЕМА ДОБЫЧИ ГОРЮЧЕГО СЛАНЦА

Экономико-математические модели (ЭММ) широко используются при прогнозировании развития различных отраслей промышленности. При этом одни авторы считают ЭММ наиболее мощным инструментом научной прогностики, а другие, наоборот, — башней из слоновой кости для отчужденных теоретиков. Некоторый опыт применения ЭММ для описания процессов развития сланцедобывающей отрасли Прибалтийского бассейна — весьма компактного, замкнутого и поэтому удобного для моделирования объекта — дает автору право утверждать, что рациональное зерно есть в обоих мнениях, и указать на еще один аспект в использовании ЭММ — в условиях отсутствия гласности они были средством обмена действительной экономической информацией между специалистами, владеющими их языком.

Независимо от нашего отношения к ЭММ, они заняли важное место в прогнозировании развития сланцевой промышленности, а некоторые из них могут представлять интерес и для тех специалистов, которые не относятся к узкому кругу экономистов-прогнозистов. Приведем некоторые примеры таких моделей.

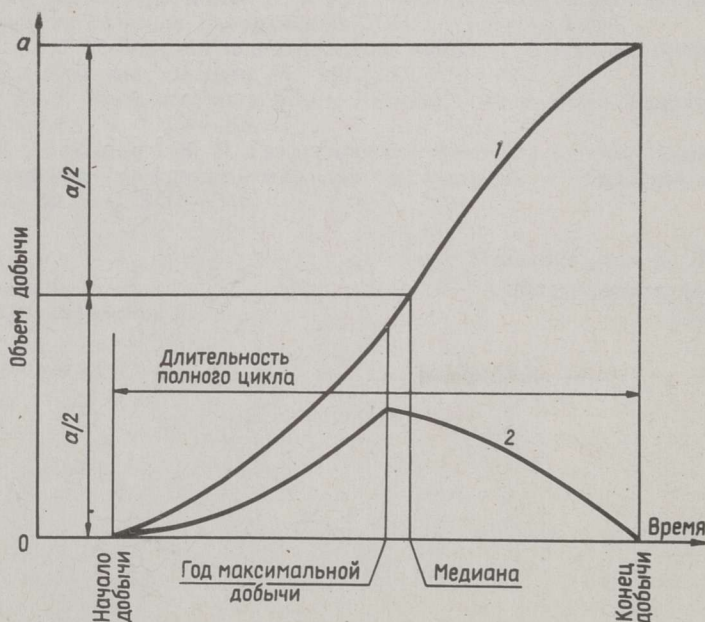


Рис. 1

Графическое представление полного цикла добычи полезного ископаемого отдельного месторождения: 1 — суммарный объем добычи за весь период эксплуатации месторождения, 2 — годовой объем добычи, a — суммарная добыча в течение полного цикла

Рассмотрим сначала параметры полного цикла добычи горючего сланца Эстонского месторождения.

Уяснить, что такое полный цикл добычи, читателю поможет рис. 1. Многие авторы, в их числе и автор предлагаемой статьи, рассматривают полный цикл добычи в предположении, что графики объема добычи симметричны относительно года максимальной добычи. Однако такое допущение, позволяющее использовать известный из математической статистики закон нормального распределения, ничем не обосновано. Действительно, почему темпы убыли добычи должны быть такими же (естественно, с противоположным знаком), как темпы роста? Исходя из этих соображений, мы отказались от использования в дальнейшем модели симметричного роста — убыли добычи. Не углубляясь в математические выкладки, в результате которых сложилась новая трактовка, приведем сразу уравнение суммарного объема добычи из месторождения полезного ископаемого (интегральное уравнение объема добычи). В общем виде оно выглядит так:

$$y = a / (1 + \varphi(t)), \quad (1)$$

где y — объем добычи, то есть суммарный объем добычи с начала эксплуатации месторождения до года t включительно; a — предельный объем добычи, то есть суммарная добыча за весь период эксплуатации месторождения (добыча полного цикла); $\varphi(t)$ — монотонно убывающая функция в диапазоне $0 \leq t < \infty$ (при $t = 0$ $\varphi(t) = \infty$, при $t \rightarrow \infty$ $\varphi(t) \rightarrow 0$); t — время в годах.

Для описания роста суммарного объема добычи горючего сланца на Эстонском месторождении наилучшую аппроксимацию данных уравнению (1) получили при

$$\varphi(t) = \text{bexr } ct.$$

Следовательно,

$$y = a / (1 + \text{bexr } ct), \quad (2)$$

где b и c — параметры уравнения.

В 1982 г. мы имели в своем распоряжении представительные данные по объему добычи за 36-летний период, другими словами, 36 значений y , зафиксированных с 1947 по 1982 г. Параметрирование по этим данным различных уравнений типа (1) дало результаты, предсказывающие ускорение убывания годового объема добычи, начавшегося в 1981 г., и завершение полного цикла добычи горючего сланца на Эстонском месторождении в 20-х годах следующего столетия. В то время мы не рискнули опубликовать такие данные.

В конце 1987 г. в нашем распоряжении имелись данные уже за 42 года (с учетом плана 1988 г.). Теперь было очевидно, что годовые объемы добычи последних лет падали, причем довольно резко. Результаты повторного параметрирования подтвердили данные, полученные ранее (табл. 1).

Значение параметра a в табл. 1 свидетельствует о том, что, по выдвигаемой здесь рабочей гипотезе, на Эстонском месторождении будет добыто всего около 1,1 млрд. т горючего сланца, то есть около четверти его потенциальных запасов. Остальные параметры уравнения (2) позволяют определить год, к которому будет добыта p -я доля от общего объема:

$$t_p = \ln((1/p - 1)/b)/c.$$

Годы, к которым было и будет добыто соответственно 50 и 99 % от общего объема добычи, также приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры уравнения (2)

Параметры	Аппроксимация данных	
	1947—1982 гг.	1947—1988 гг.
a , млн. т	1060	1126,5
b	84,67	87,83
c	-0,11	-0,108
$t_{0,5}$, год	1980	1981
$t_{0,99}$, год	2022	2024

Полученные результаты наглядно иллюстрирует рис. 2, где сравниваются графики фактического и расчетных годовых объемов добычи. Последние определены по зависимости $z = dy/dt$, где z — годовой объем добычи.

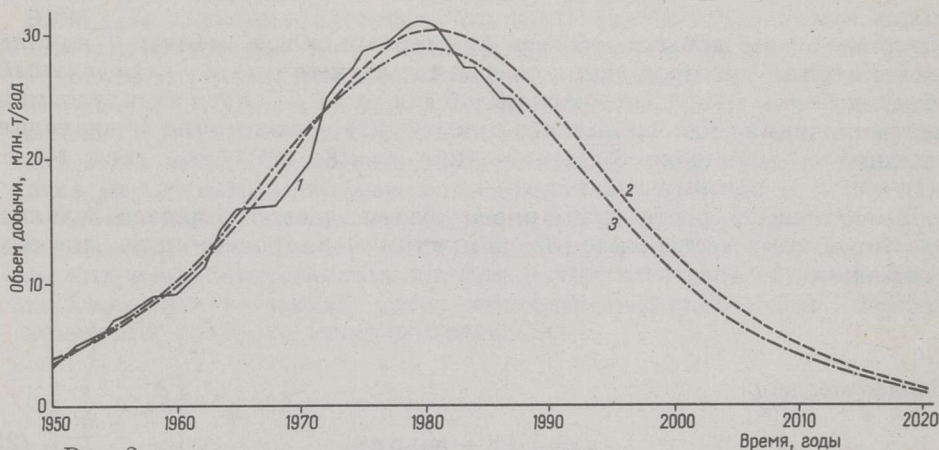


Рис. 2

Графики годового объема добычи горючего сланца на Эстонском месторождении: 1 — фактический объем; 2 и 3 — расчетные объемы, вычисленные по данным периода 1947—1982 гг. (2) и 1947—1988 гг. (3)

Однако, несмотря на продолжительность базовых периодов (36 лет и 42 года) и высокое качество аппроксимации (погрешность порядка 1 %), такие прогнозы имеют больше занимательный, чем познавательный характер. Дело в том, что уравнения, параметрированные по данным прошлого, предсказывают рост, достигаемый за счет таких притоков ресурсов, которые были характерны для того времени. Поэтому из изложенного выше вытекает только одно — приток ресурсов (капиталовложений, людей и запасов сланца) в сланцедобывающую отрасль с интенсивностью, характерной для периода 1947—1987 гг., не может обеспечить сохранения уровня добычи, не говоря уже о ее росте. Действительно, если удельные капитальные вложения в сланцедобывающую отрасль в 1970—1980 гг. составляли 2,9—3,8 р. на тонну прироста объема добычи, то в ближайшей перспективе они должны быть как минимум в 10 раз больше. То же самое и с другими ресурсами.

Зависимость объема продукции от интенсивности притока ресурсов характеризует совсем другой класс ЭММ, а именно производственные функции сланцедобывающей отрасли.

Производственные функции представляют собой класс ЭММ, описывающих технологическую зависимость между результатами деятельности производственного объекта и затратами факторов производства [2]. Мы выбрали функцию, в которой объем годовой продукции (добычи горючего сланца) зависит от затрат живого труда (численности работающих), мощности (стоимости) основных промышленно-производственных фондов, количества погашенных запасов сланца, а также от времени. Форма функции степенно-показательная (функция Кобба-Дугласа с дополнением Тинбэрхэна):

$$z = c_z L^{c_L} F^{c_F} P^{c_P} \exp c_t t, \quad (3)$$

где z — годовой объем добычи по Прибалтийскому бассейну в целом, млн. т/год; L — численность промышленно-производственного персонала по добыче; F — стоимость основных промышленно-производственных фондов по добыче, млн. р.; P — объем погашенных запасов, млн. т/год; t — время, годы; $c_z \dots c_t$ — параметры.

Смысл этой функции простой: чтобы обеспечить добычу, нужны люди (L), шахты и разрезы (F) и запасы сланца (P). Роль этих ресурсов в производственном процессе характеризуют соответствующие коэффициенты (в данном случае коэффициенты эластичности) — c_L , c_F , c_P , численные значения которых показывают, сколько процентов роста объема добычи даст однопроцентный прирост каждого ресурса. Кроме этих трех основных производственных ресурсов существует еще фактор времени (t) — совокупное влияние научно-технического прогресса, ухудшения горно-геологических условий добычи, инфляции и т. п. Какая-то часть добычи (c_z) не зависит ни от ресурсов, ни от времени.

Для параметрирования функции (3) использовались данные 60 прогнозных оптимальных планов периода 1990—2005 гг. ($t = 5 \dots 20$ лет, $z = 25 \dots 50$ млн. т/год, $L = 12,2 \dots 18,2$ тыс. чел., $F = 260 \dots 1300$ млн. р. и $P = 32,5 \dots 75,4$ млн. т/год), рассчитанных методом линейного программирования по методике, изложенной в [3]. Часть данных оптимальных планов, рассчитанных при $t = \text{const}$ и $P \approx \text{const}$, позволили параметризовать линейно-гомогенную разновидность производственной функции Кобба-Дугласа:

$$z = q L^{\alpha} F^{1-\alpha}, \quad (4)$$

где q является аналогом c_z в функции (3), а α — коэффициент эластичности трудовых ресурсов (табл. 2).

Таблица 2
Значения коэффициента α
уравнения (4)

Год	Объем добычи, млн. т/год	Коэффициент эластичности трудовых ресурсов
1990	30	0,54
1990	35	0,37
2005	40	0,67
2005	43	0,68
2005	50	0,81

Описание параметров прогнозных планов уравнением (3) дало следующие значения параметров: $c_z = 0,179$, $c_L = 0,29 \pm 11$, $c_F = 0,16 \pm 0,05$, $c_P = 0,40 \pm 0,07$; c_t имеет отрицательное значение одного порядка с оценкой погрешности его определения. Коэффициент множественной

корреляции 0,989. Максимальное отклонение расчетного и исходного значений объема добычи составляло 2,2 млн. т/год, или 6 %.

Как пользоваться формулой (3)? Допустим, спрашивается: каким может быть объем добычи горючего сланца в 2000 г., если численность работающих и объем погашаемых за год запасов не возрастут, а составят, как и в настоящее время, 13,0 тыс. чел. и 36,1 млн. т/год? Основные фонды после закрытия ряда старых и строительства одного нового предприятия составят 450 млн. р. Расчет по формуле (3) даст

$$z = 0,179 \cdot 13\,000^{0,29} \cdot 450^{0,16} \cdot 36,1^{0,4} \exp 0 \cdot 15 = 31,1 \text{ (млн. т/год)}.$$

Преобразование уравнения (3) для решения обратных задач, таких, как решение вопроса, сколько потребуется основных фондов или работающих для какого-то заданного объема добычи в каком-то прогнозном году, недопустимо, ибо приведенные здесь коэффициенты эластичности выведены методом наименьших квадратов. Для решения подобных задач нами параметрированы соответствующие обратные функции.

Однако более важно то, что приведенные выше коэффициенты эластичности производственных функций сланцедобывающей отрасли Прибалтийского бассейна позволяют сделать ряд весьма интересных выводов.

1. Неравенство

$$c_L + c_F + c_P = 0,85 \pm 0,14 < 1$$

свидетельствует об убывании общей эффективности сланцедобывающей отрасли. Следует подчеркнуть, что такой результат получен при обобщении экономических характеристик оптимальных планов. Следовательно, рост трудоемкости, фондоемкости и расхода ресурсов горючего сланца, сопровождающий увеличение объема добычи, в случаях отклонения от оптимальных стратегий развития будет еще более интенсивным.

2. Неравенство

$$c_1 = 0,29 \pm 0,11 > c_p = 0,16 \pm 0,05$$

характеризует трудноинтенсивный характер производства добывающей отрасли, а именно, то обстоятельство, что объем добычи горючего сланца в значительно большей степени зависит от вариации затрат живого труда, нежели овеществленного. На то же указывают значения коэффициента эластичности трудовых ресурсов линейно-гомогенной функции Кобба-Дугласа (4). Известно, что при значениях $\alpha < 0,5$ производственный процесс считается фондоинтенсивным, а при $\alpha > 0,5$ — трудноинтенсивным [2]. Динамика α явно свидетельствует об усилении трудноинтенсивного характера производства добывающей отрасли при больших объемах добычи. В настоящее время и при достигнутых объемах добычи трудноинтенсивность еще не превалирует: коэффициенты эластичности двух основных ресурсов (трудовых и капитальных) в функции (4) практически равны. Только при невероятном форсировании роста добычи (35 млн. т в 1990 г.) производственный процесс может приобрести фондоинтенсивный характер, главным образом благодаря еще имеющимся резервам открытого способа добычи.

Высокая трудноинтенсивность производства, прогнозируемая применительно к весьма существенному увеличению объема добычи в начале следующего столетия, означает следующее:

— основным фактором, определяющим темп роста добычи, становятся трудовые ресурсы, живой труд;

— при невозможности привлечь для добычи сланца дополнительные трудовые ресурсы потребуются весьма существенные капитальные вложения, ассигнования овеществленного труда.

3. Значение коэффициента c_t , близкое к нулю, указывает на то, что отрицательное воздействие фактора времени в оптимальных планах почти полностью отражено динамикой расхода трудовых, материальных и природных ресурсов. Другими словами, действие остальных, анонимных, факторов, отрицательное влияние которых усиливается во времени, незначительно.

4. Наличие в производственной функции члена, характеризующего расход запасов горючего сланца, позволяет оценивать замещаемость производственных ресурсов многоцелевого назначения природными. Например, замещаемость основных производственных фондов расходом ресурсов горючего сланца*

$$\frac{dP}{dF} = -\frac{c_F P}{c_P F} - \frac{c_L P}{c_P L} \frac{dL}{dF} - \frac{c_t P}{c_P} \frac{dt}{dF}$$

Если допустить, что $dL/dF = 0$ и $c_t = 0$, и принять полученные нами значения c_P и c_F (см. ниже), то замещаемость выражается элементарно:

$$dP/dF = -c_F P/c_P F = -0,4P/F$$

Применительно к условиям производства 1990 г., она составит $dP/dF = -0,4 \times 46,4/381,35 = -0,049$ т/р

Это означает, что один рубль основных фондов эквивалентен 50 кг запасов сланца или что одна тонна погашенных запасов соответствует 20 р. стоимости основных фондов. Мы считаем, что такие коэффициенты замещаемости служат основными ориентирами при определении соотношения нормативов платы за производственные ресурсы — за основные фонды, трудовые ресурсы и погашенные запасы сланца. Мы стоим на такой позиции (правильность которой, как нам кажется, несложно доказать): на период, в который не планируется ввода новых мощностей, новых технологий и резкого изменения объема добычи, соотношение нормативов платы за производственные ресурсы должно соответствовать соотношению коэффициентов эластичности соответствующих факторов в производственной функции.

Поскольку эти подробности уже выходят за рамки проблематики данной статьи, ограничимся сказанным и оставим изложенные выше ЭММ для проверки временем.

* Приводимое здесь соотношение не формально, ведь для управления кровлей можно применять как механическую крепь (основные средства), так и целики из сланца (дополнительно погашаемые запасы).

ЛИТЕРАТУРА

1. Эпик И. П., Бйспуу Л. М., Рейнсалу Э. Я. Изменение запасов твердых топлив и варианты законченных циклов выработки запасов сланцев // Тр. Таллин. политех. ин-та. № 546. Исследование работы парогенераторов электростанций. Термоэнергетика XXIV. Таллин, 1983. С. 25—44.
2. Кобринский Н. Е., Майминас Е. З., Смирнов А. Д. Введение в экономическую кибернетику. — М., 1975.
3. Рейнсалу Э. Я. Оптимальное развитие добычи горючего сланца. — Таллин, 1984.

Представил Э. Г. Кальювез

Поступила в редакцию
3.12.1987

*Эстонский филиал
Института горного дела
им. А. А. Скочинского
г. Кохтла-Ярве*

E. J. REINSALU

MATHEMATICAL MODELS FOR PREDICTING OIL-SHALE PRODUCTION

This paper considers two types of mathematical models for predicting oil-shale production. According to the first type (function of increase) the total output of Estonian oil shale is considered to be a function of time. In conformity with this model annual oil-shale output has been decreasing since 1980—1981 and 99 % of the total output of Estonian oil shale deposit (i. e. about 1.1 billion tons) should be recovered by the years 2022—2024. This may be achieved if in the mining industry will not increase.

In the second type of models (production function) annual oil-shale output is considered to be dependent on productive resources (capital investments, number of workers, oil-shale reserves) as well as on time. Prediction of the economic lag due to a considerable increase in oil-shale output in the Baltic basin is just based on this type of models.

*A. A. Skochinsky Mining Institute,
Estonian Branch
Kohhtla-Järve*